

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

Диагностика и надежность автоматизированных систем  
Конспект лекций

Ростов-на-Дону  
2023

УДК 62-192

Составитель: Быкадор В.С.

Конспект лекций. – Ростов-на-Дону : Донской гос. техн. ун-т,  
2023. –84с.

Конспект лекций по дисциплине «Диагностика и надежность автоматизированных систем» предназначены для студентов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» профиль «Автоматизация технологических процессов и производств в машиностроении».

УДК 62-192

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Донского государственного технического университета

---

В печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_.20\_\_ г.  
Формат 60х84/16. Объем \_\_\_\_\_ усл. п. л.  
Тираж \_\_\_\_\_ экз. Заказ № \_\_\_\_\_.

---

Издательский центр ДГТУ  
Адрес университета и полиграфического предприятия:  
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный  
технический университет, 2023

ЛЕКЦИЯ №1  
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ  
ДИАГНОСТИКИ.  
МЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНОВАНИЯ.

# Базовые определения диагностики

**Технической диагностикой** называется наука о распознавании состояния технических систем.

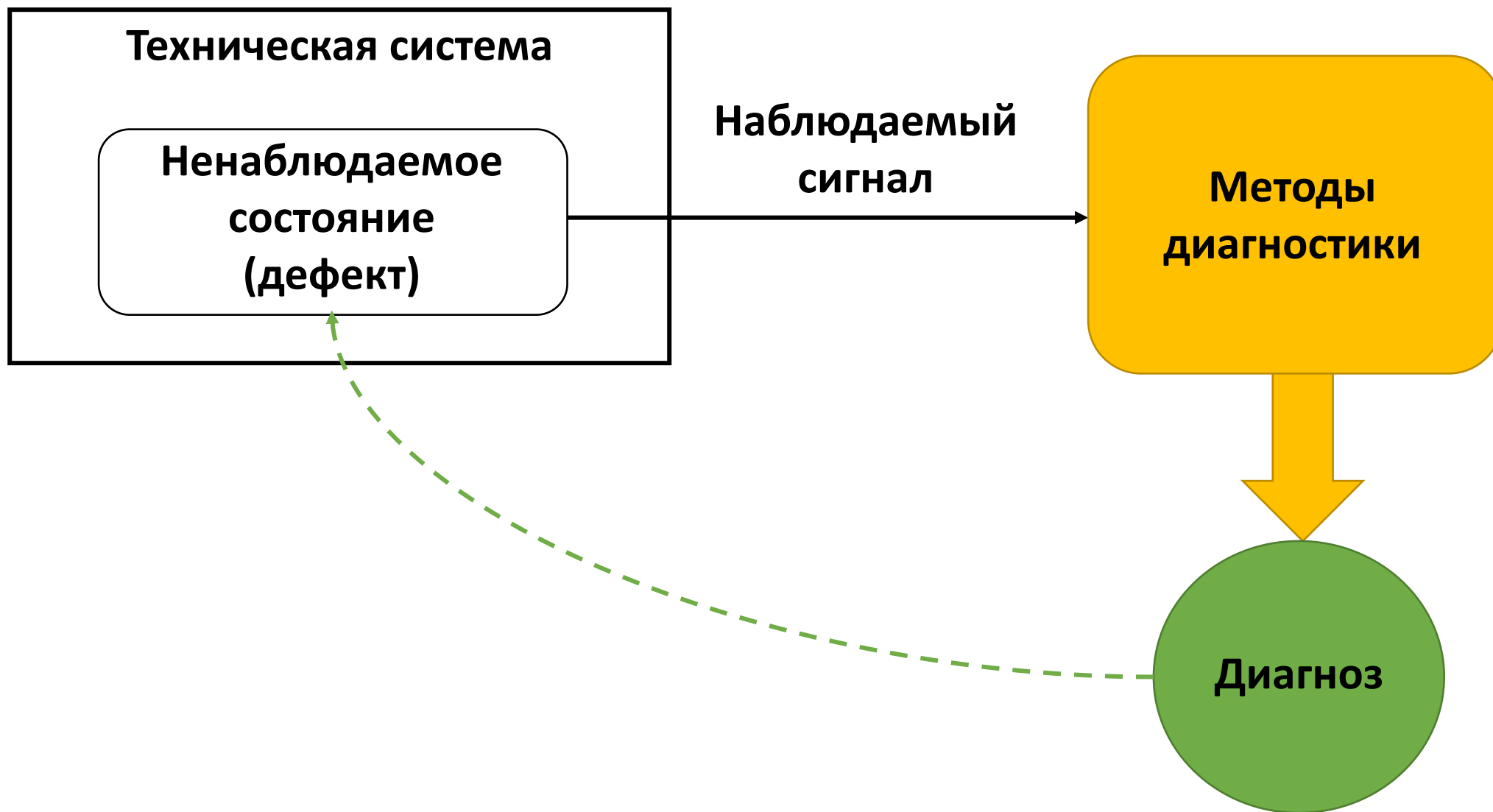
Техническая диагностика изучает методы получения и оценки диагностической информации, диагностические модели и алгоритмы принятия решений.

**Целью технической диагностики** является повышение надежности и ресурса технических систем.

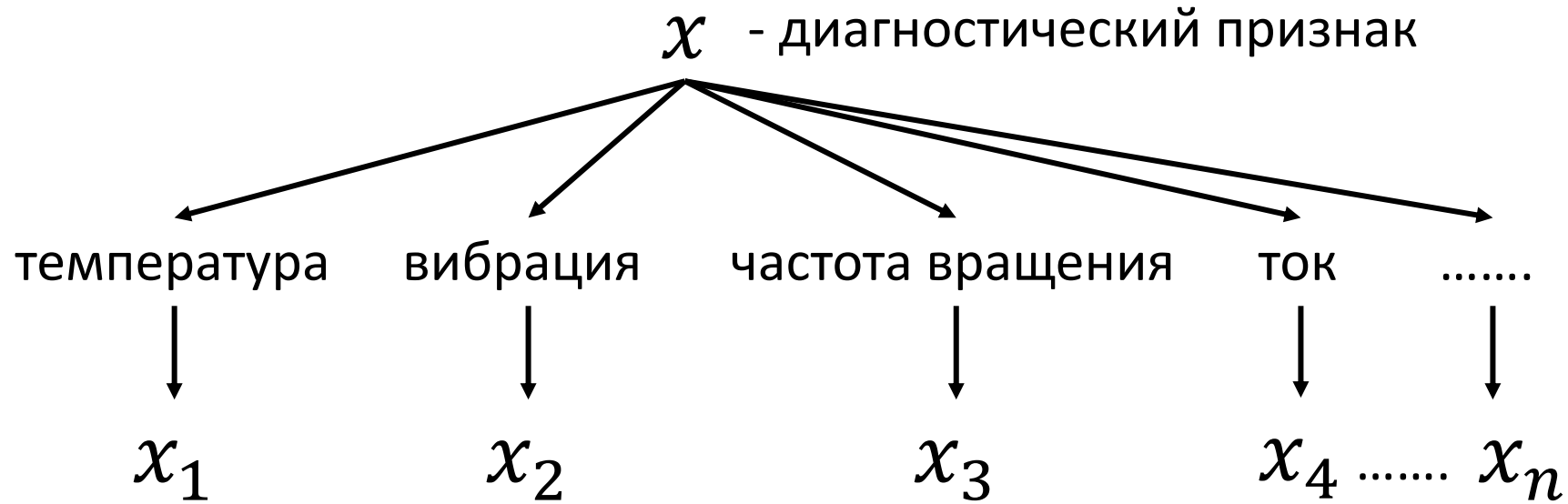
**Основной задачей технической диагностики** является распознавание состояний технической системы в условиях ограниченной информации.



# Укрупненная схема процедуры диагностирования



# Математическое описание задачи диагностирования



$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4 \dots, x_n\}$  - комплекс диагностических признаков

# Фактическая реализация комплекса диагностических признаков

Фактическая реализация комплекса диагностических признаков представляет собой конкретное значение совокупности диагностических признаков в текущий момент времени.

Обозначение:  $X^* = \{x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*\}$

Пусть, в качестве диагностических признаков выбраны два наблюдаемых сигнала: температура  $t^0$  и ток  $i$ .

Введем обозначения:  $x_1 = t^0, x_2 = i$ , тогда комплекс диагностических

признаков будет иметь вид  $X = \{x_1, x_2\}$

Фактическая реализация комплекса диагностических признаков будет обозначаться как

$$X^* = \{x_1^*, x_2^*\}.$$

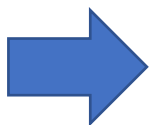
$T$ , ед. времени	$x_1^*$ , С	$x_2^*$ , А
0	100	1
1	120	2
2	90	1,3
3	85	3
4	150	2,2

Диагноз или состояние диагностируемого объекта обозначается  $D$ .  
Совокупность всех возможных диагнозов (состояний) объекта обозначается как

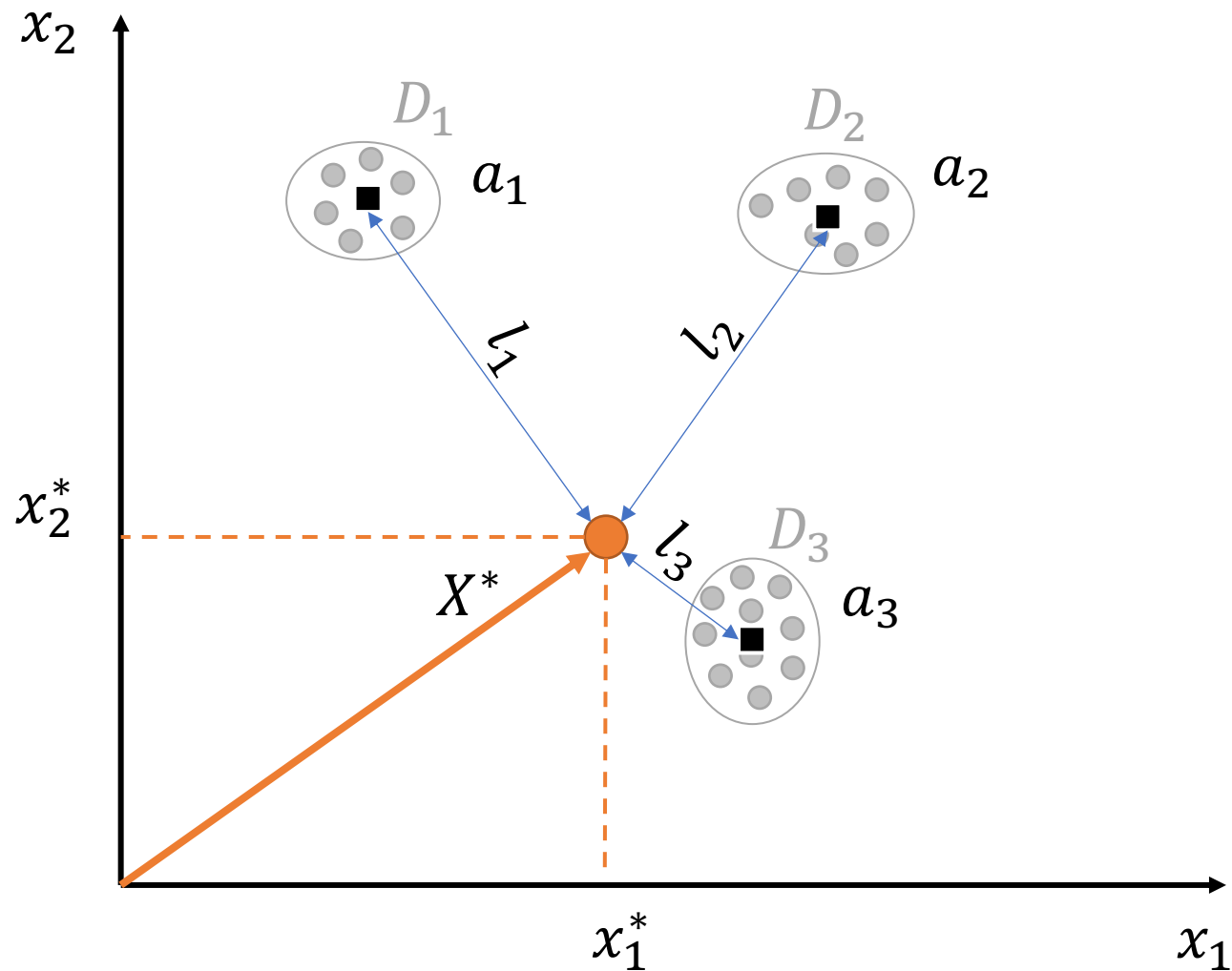
$$D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$$

# Метрические методы диагностирования

$$X = \{x_1, x_2\}$$



Пространство  
диагностических  
признаков



# Вычисление расстояния $l_i$ между точками

Условия нормирования  
весовых коэффициентов

$$\sum \lambda_{ij} = 1$$

$$\prod \lambda_{ij} = 1$$

$$\mu = \nu = 2$$

$$l_{(\nu)}^{\mu}(X^*, a_i) = \left( \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^{\nu} |x_j^* - a_{ij}|^{\nu} \right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

где  $X^*$  – вектор состояния объекта;

$a_i$  – точка, характеризующая диагноз  $D_i$  в метрическом пространстве;

$N$  – количество диагностических признаков (размерность метрического пространства);

$\lambda_{ij}$  – весовой коэффициент, учитывающий степень (важность)  $j$ -го диагностического признака для  $i$ -го диагноза;

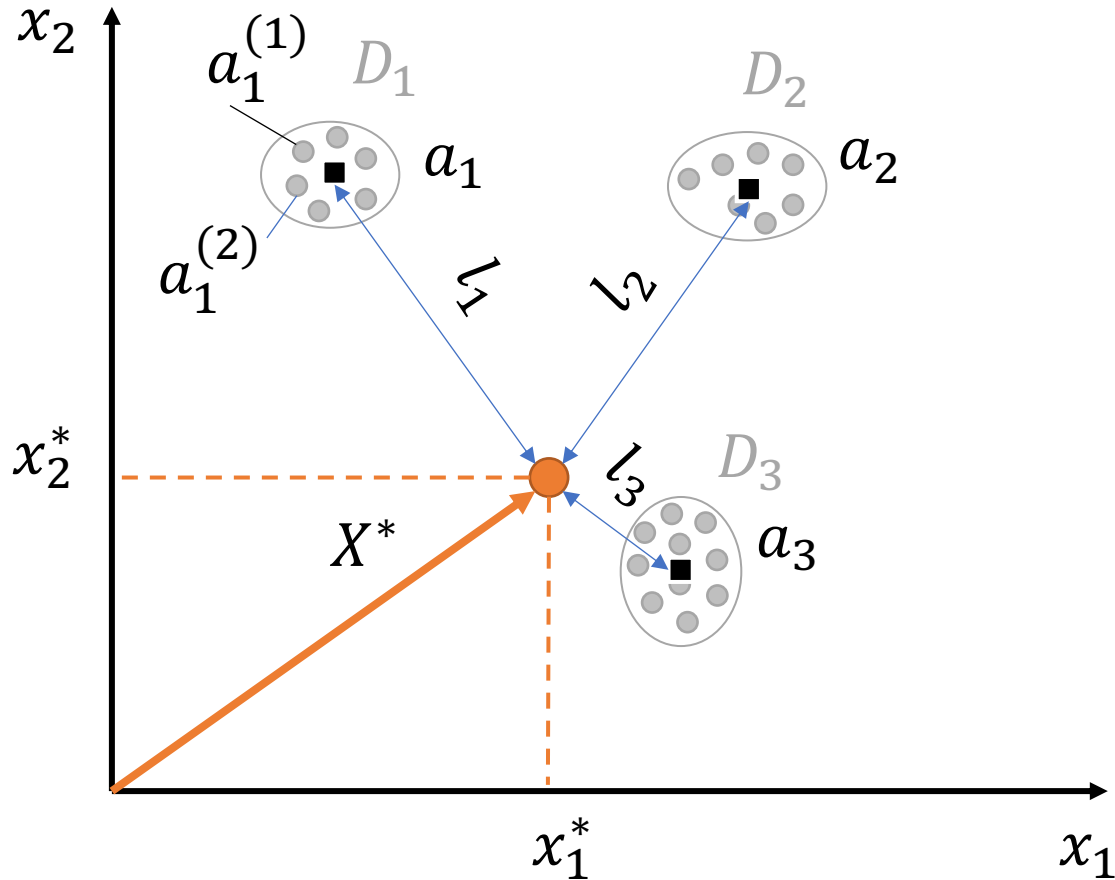
$x_j^*$  – фактическая реализация  $j$ -го диагностического признака (координата вектора  $X^*$ );

$a_{ij}$  – координата вектора  $a_i$ ;

$\mu$  – диагностическая мера расстояния;

$\nu$  – порядок расстояния.

# Диагностика по расстоянию до эталона



$$1) a_i = \frac{1}{M_i} \cdot \sum_{s=1}^{M_i} a_i^{(s)}$$

где  $a_i^{(s)}$  - объект с верифицированным диагнозом  $D_i$ .

2) Вычислить расстояние  $l_i = l_{(v)}^{\mu}(X^*, a_i)$  от объекта  $X^*$  до каждого эталона  $a_i$  (см. формулу выше)

3) Применить решающее правило для установления диагноза:

$$l_i = \min(L) \Rightarrow X^* \in D_i$$
$$L = \{l_1(X^*, a_1), l_2(X^*, a_2), \dots, l_n(X^*, a_n)\}$$

# Дополнительная литература





ЛЕКЦИЯ №2

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОЙ  
ДИАГНОСТИКИ.

# ОСНОВЫ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

Механические системы (с позиции диагностики) — это объекты, состоящие из большого количества взаимодействующих элементов. Взаимодействие элементов, их относительные перемещения порождают вибрации, которые могут существенно усиливаться и/или изменяться при наличии дефектов. Таким образом вибрация и звук являются наблюдаемыми диагностическими признаками несущими информацию о не наблюдаемых состояниях объекта или процесса.

# ОСНОВЫ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

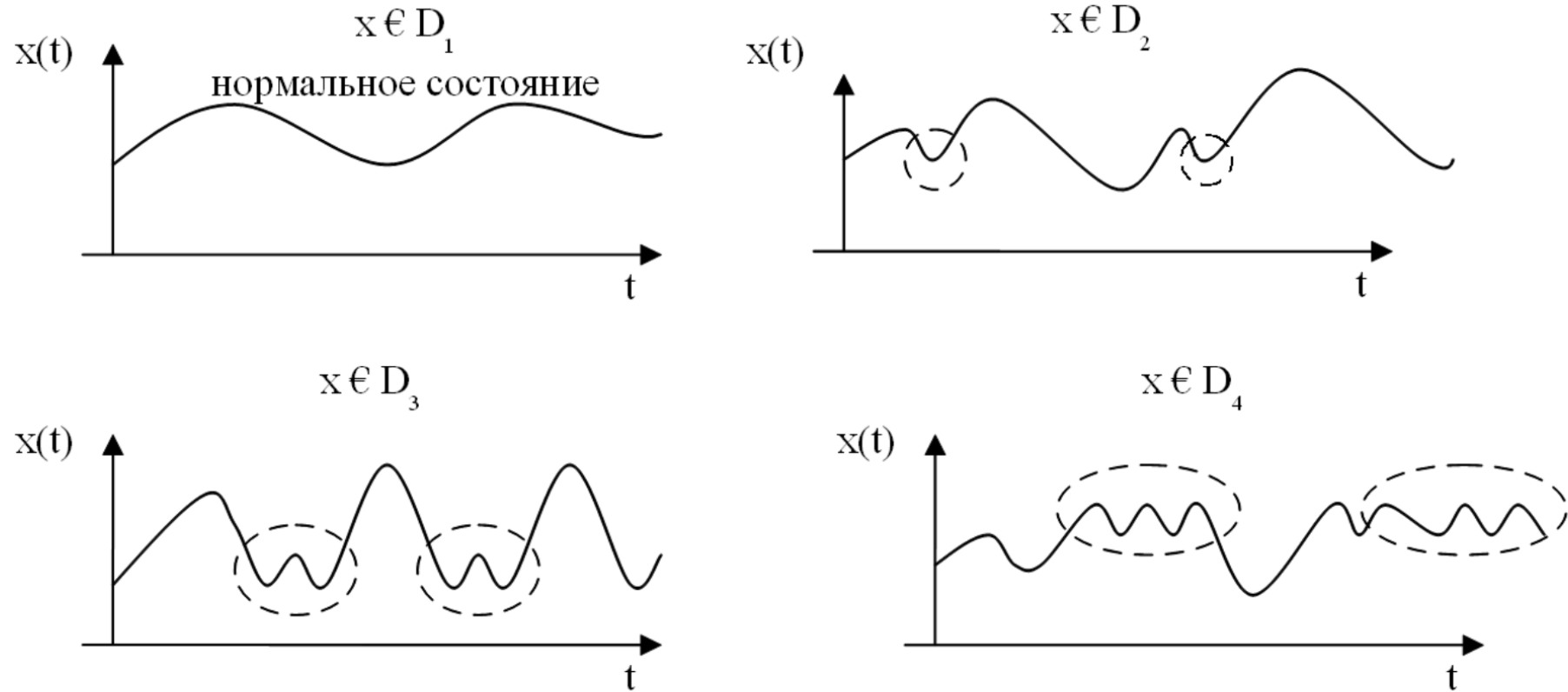


Рис. 1. Утрированное отображение состояний системы, наблюдаемых при проявлении различных диагнозов

Задача распознавания будет формулироваться следующим образом:

Пусть имеется некоторое множество состояний (диагнозов) системы  $D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$  и предполагается, что каждому определённом состоянию  $D_i$  соответствует определённый класс кривых  $x_i(t)$ . Тогда, если предъявляется кривая  $x_j(t)$  за период  $T$ , то можно установить соответствующий диагноз  $D_j$ .

Назначением виброакустической диагностики является оценка степени отклонения технического состояния механической системы или процесса от нормы по косвенным признакам, а именно, по изменению свойств виброакустических сигналов в исследуемой системе, зависящих от характера взаимодействия её элементов.

# Пример отображения дефекта в виброакустическом сигнале

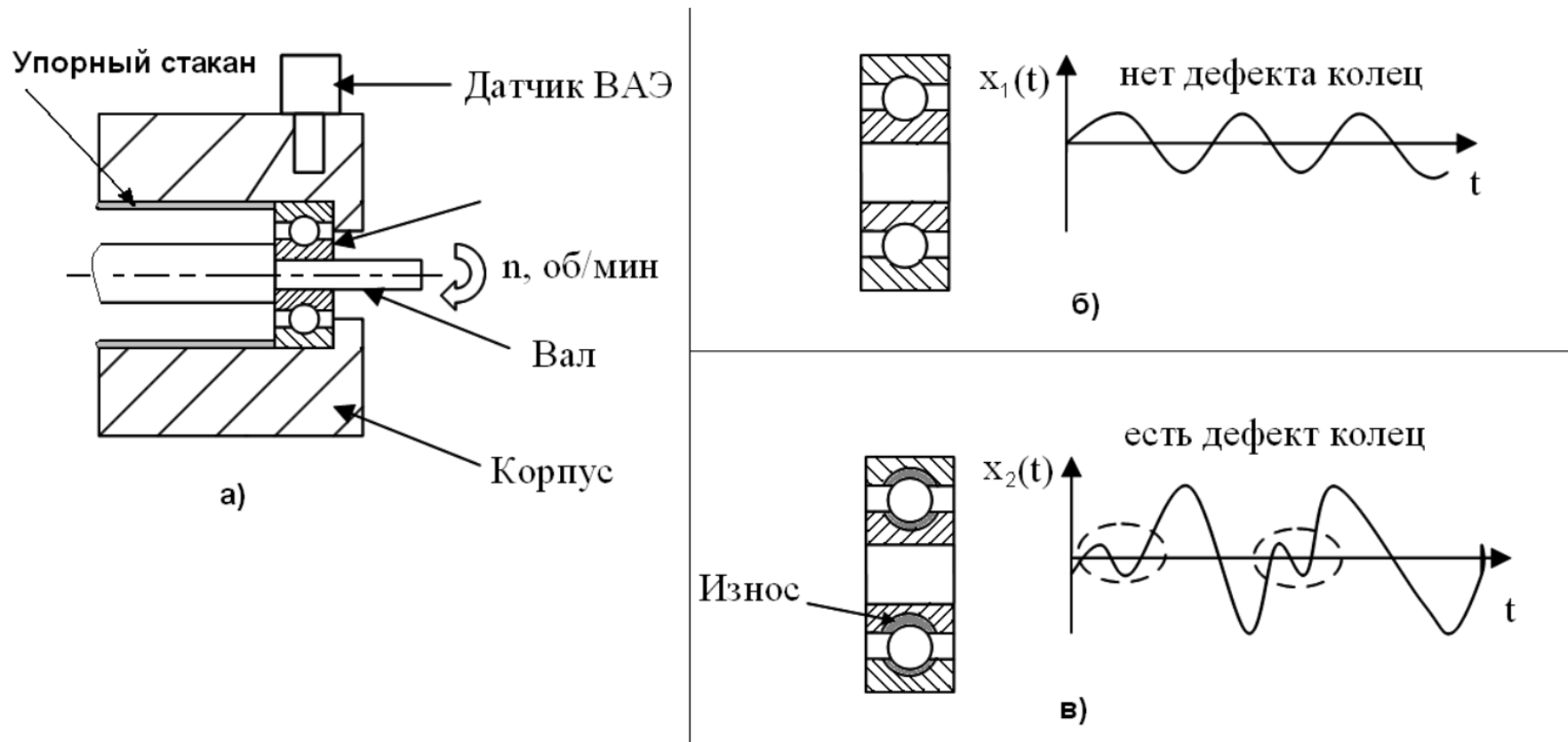


Рис. 2. Пример поясняющий применение виброакустического сигнала для установления состояния объекта

# Формирование сложного виброакустического сигнала

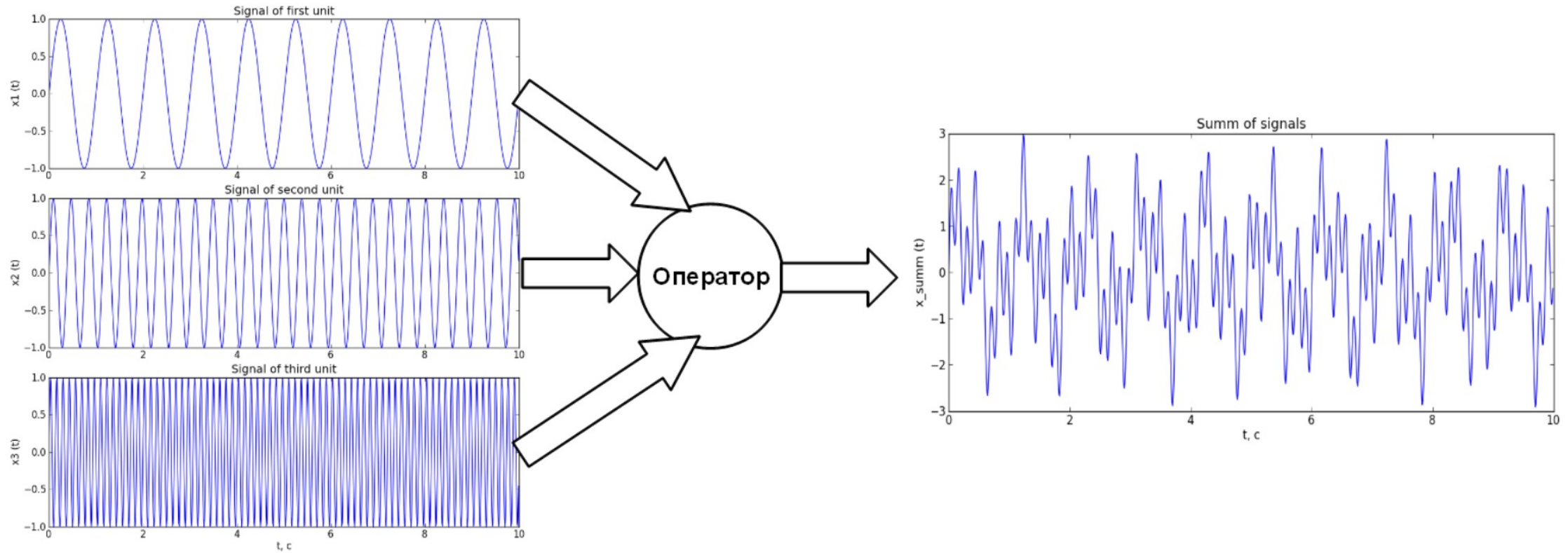


Рис. 3. Совокупность сигналов от различных источников воспринимаемых датчиком как единый сигнал

# Отображение сложных периодических функций рядом Фурье

Если функция  $f(t)$ , определена на отрезке  $\left[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}\right]$ , имеет период  $T$  и удовлетворяет теореме Дирихле (см. ниже), то такая периодическая функция может быть представлена рядом:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\varpi t) + b_n \sin(n\varpi t))$$

где  $\varpi = \frac{2\pi}{T}$  основная частота или частота первой гармоники.

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\varpi t) dt, (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\varpi t) dt, (n = 1, 2, \dots)$$

коэффициенты Фурье



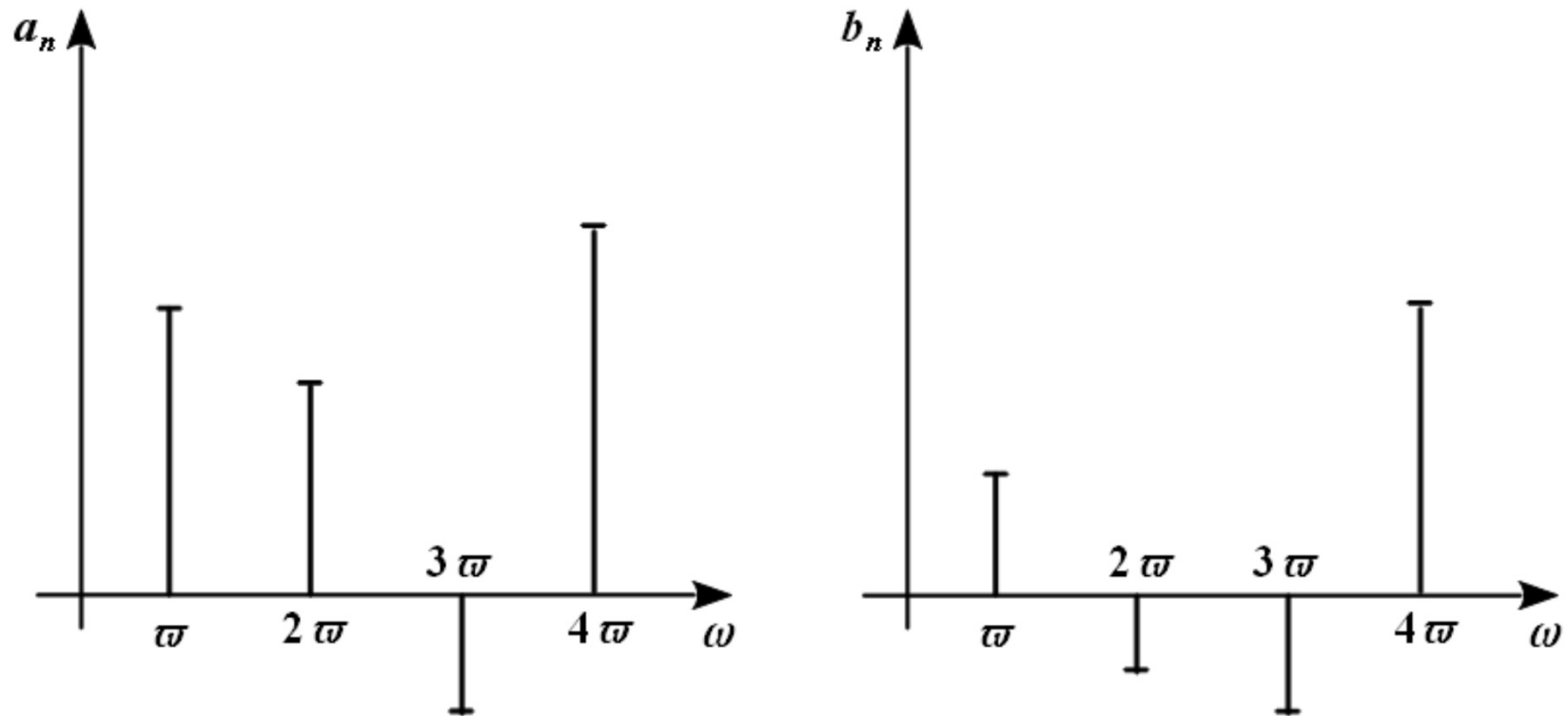
# Другая форма представления ряда Фурье

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n\omega t - \phi_n)$$

$$\text{где } A_0 = \frac{a_0}{2}, A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \phi_n = \operatorname{arctg}\left(\frac{b_n}{a_n}\right).$$

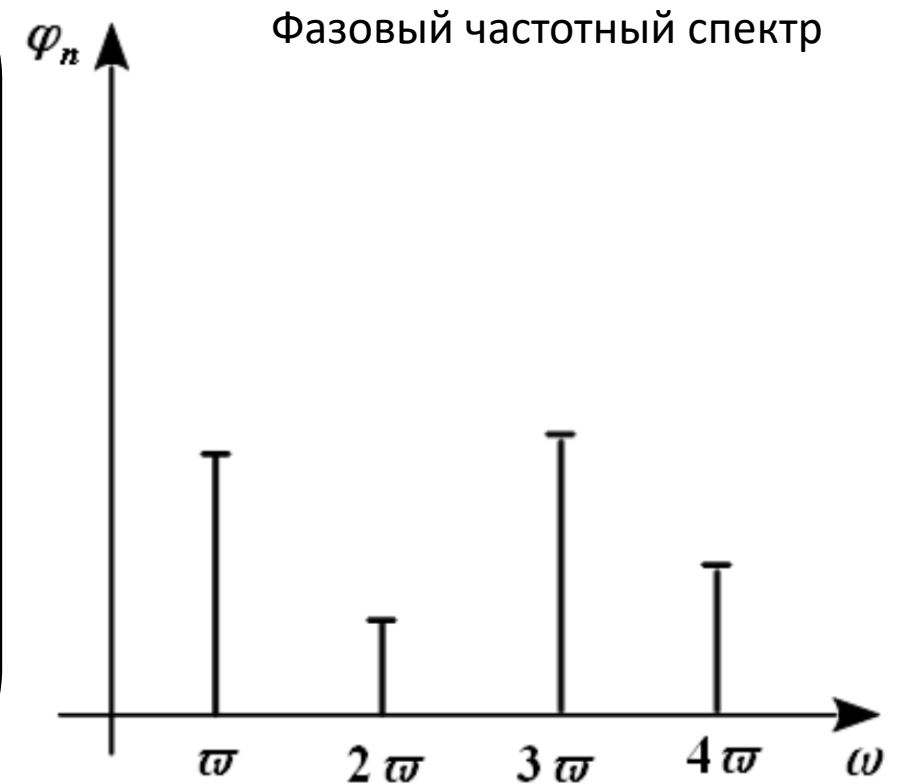
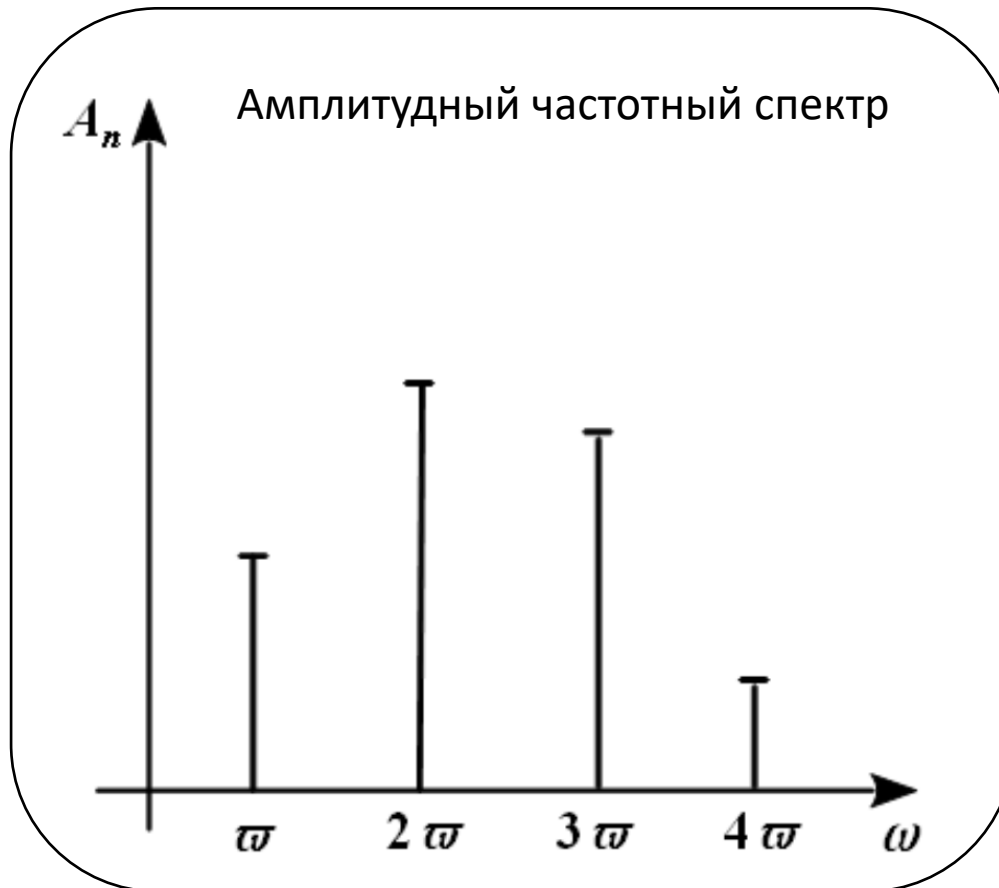
# Частотные спектры сигнала

$$a_n = a_n(n\varpi) \text{ и } b_n = b_n(n\varpi)$$



# Частотные спектры сигнала

$$A_n = A_n(n\varpi) \quad \text{и} \quad \phi_n = \phi_n(n\varpi)$$



# Представление об анализе виброакустического сигнала в частотной области

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad \text{Прямое преобразование Фурье}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad \text{Обратное преобразование Фурье}$$

где  $\omega$  – непрерывная частота принимающая значения  $\omega \in (-\infty; +\infty)$ .

# Представление об анализе виброакустического сигнала в частотной области

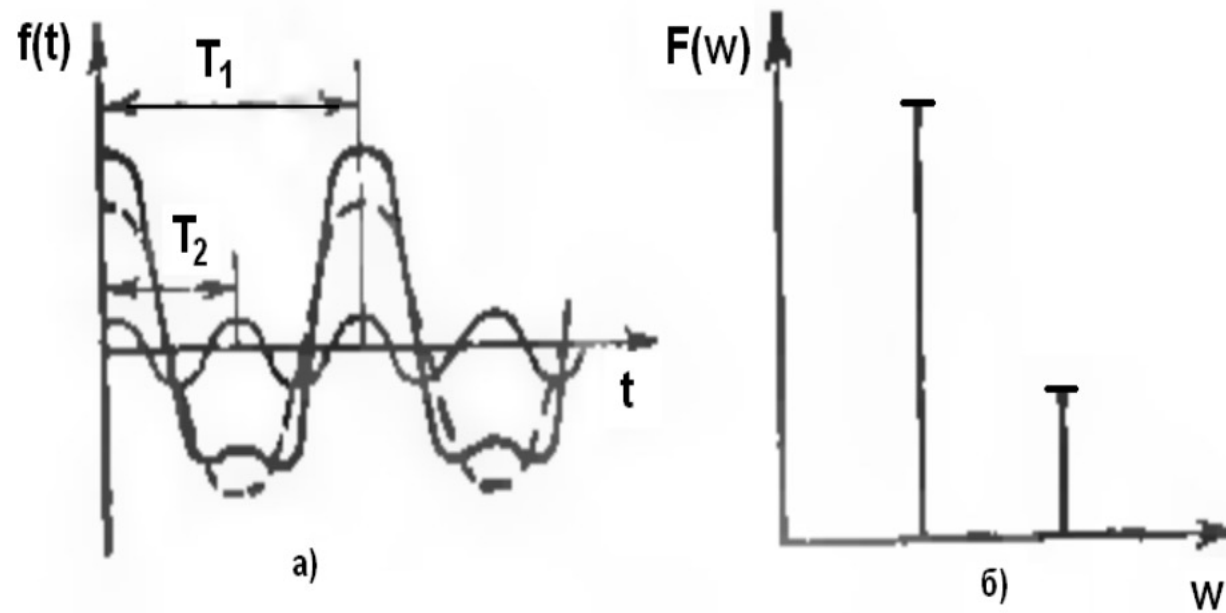


Рис. 7. Двойственное представление периодических сигналов: а) – во временной области; б) – частотной области [2]

# Алгоритм построения спектра виброакустического сигнала

1. если в дискретизированном сигнале содержится постоянная составляющая, то она может замаскировать слабые компоненты спектра. В этом случае необходимо вычислить среднее значение исходного сигнала (сигнала во временной области) и вычесть его из исходного сигнала. Или приравнять нулю составляющую спектра на нулевой частоте.

2. Выполнить расчет частот составляющих по выражению

$$f_m = \frac{m \cdot f_s}{N}$$

где  $m = 0, 1, \dots, N - 1$ ;

$N$  – количество отчетов;

$f_s = \frac{1}{\Delta t}$  – дискрета по частоте;

$\Delta t$  – дискрета по времени.

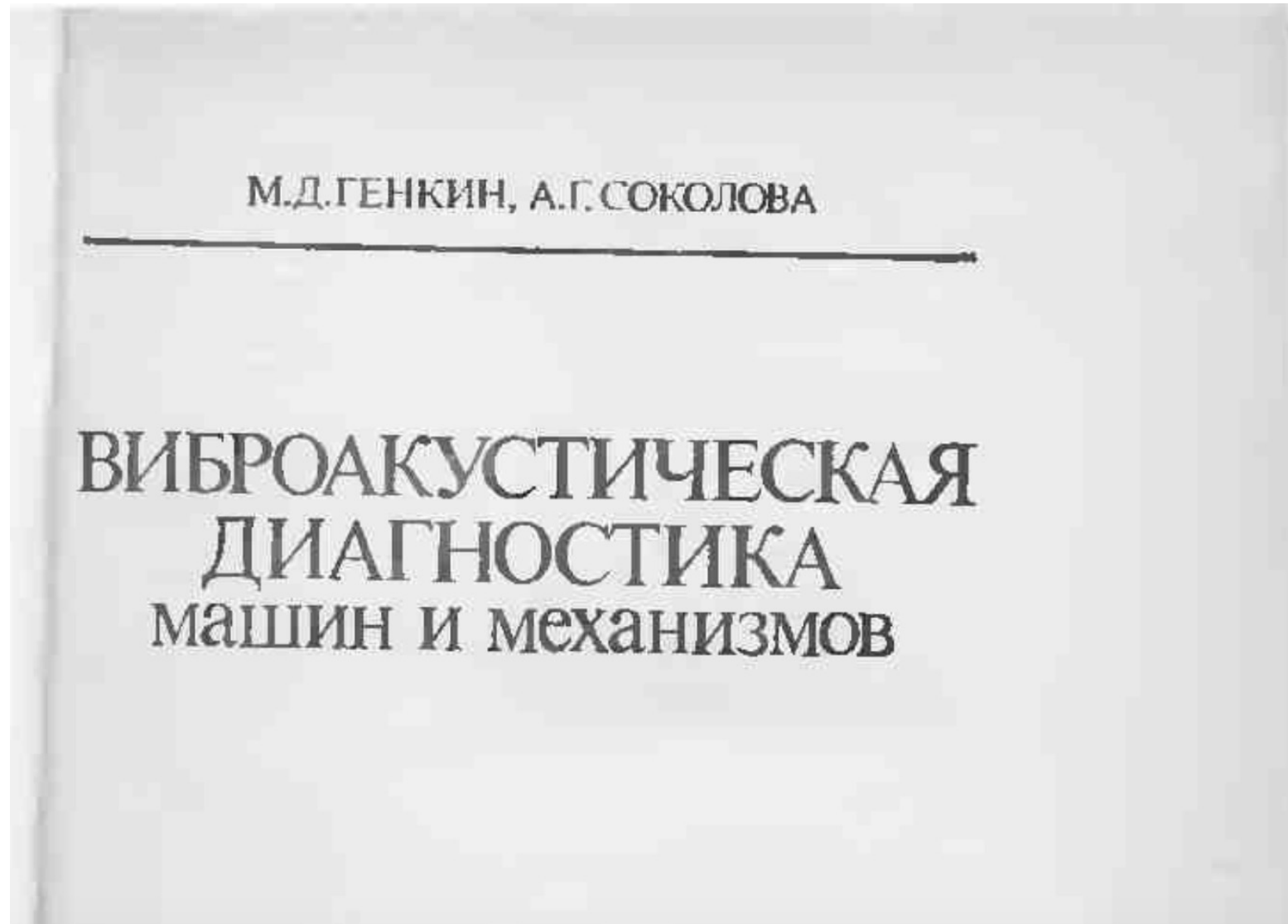
3. Вычислить значение амплитуды каждой составляющей спектра

$$A(m) = \left| \frac{2 \cdot X(m)}{N} \right|$$

где  $X(m)$  – дискретный спектр, полученный операцией БПФ.

4. Удалить симметрию спектра, только  $0 \leq m \leq \frac{N}{2}$  – требуемые отчеты;

# Дополнительная литература



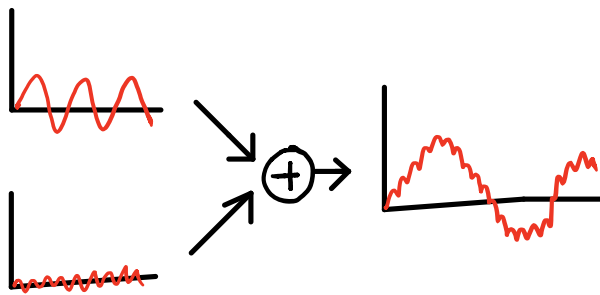
## **ЛЕКЦИЯ № 3**

### **ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ**

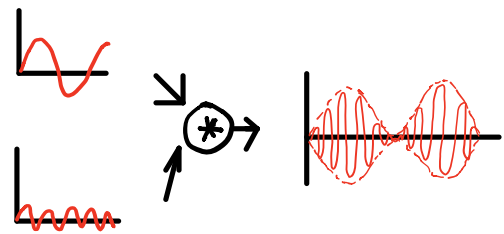


## ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ПОМЕХ

Аддитивные



Мультипликативные



# ФИЛЬТРАЦИЯ АДДИТИВНЫХ ПОМЕХ

## ЧАСТОТНЫЕ ФИЛЬТРЫ

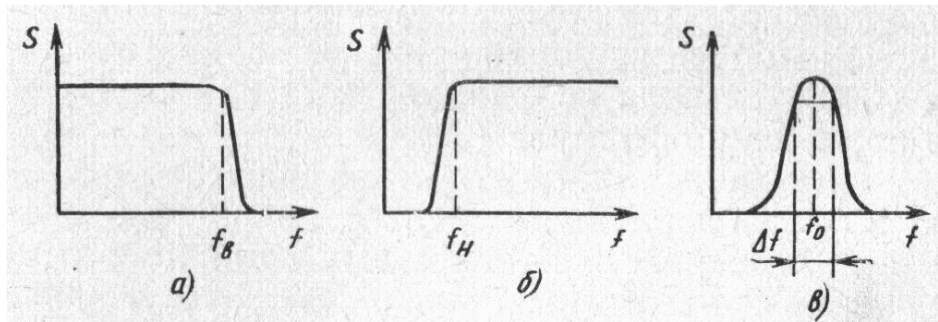
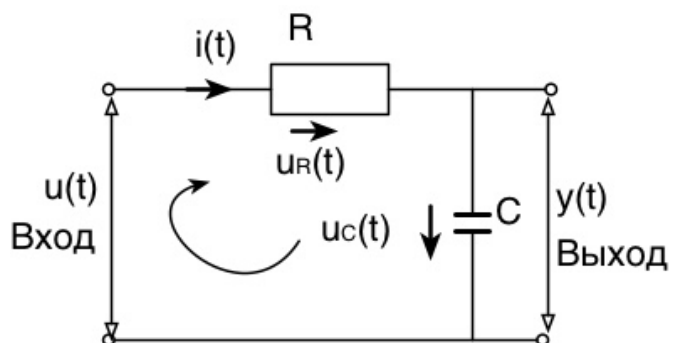


Рис. 26. Характеристики фильтров [2]: а) ФНЧ; б) ФВЧ; в) ПФ;  $f_B$  – верхняя граничная частота;  $f_H$  – нижняя граничная частота;  $f_0$  и  $\Delta f$  – средняя частота и ширина полосового фильтра

## ПРИМЕР АППАРАТНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПАССИВНОГО ЧАСТОТНОГО ФИЛЬТРА



$$u(t) = u_R(t) + u_C(t) \quad - \text{согласно II-му} \\ \text{3-му Кирхгофа.}$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \quad u_C(t) = y(t) - \text{выходная сигнал.}$$

$u(t) - \text{входной сигнал}$

$$R \cdot i(t) + u_C(t) = u(t)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \Rightarrow C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = i(t)$$

$$R \cdot C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u(t) \quad - \text{ММ нелинейного} \\ \text{ФНЧ.}$$

↓  
преобразование Лапласа  
↓

$$R \cdot C \cdot s \cdot U_C(s) + U_C(s) = U(s)$$

$$(R \cdot C \cdot s + 1) U_C(s) = U(s)$$

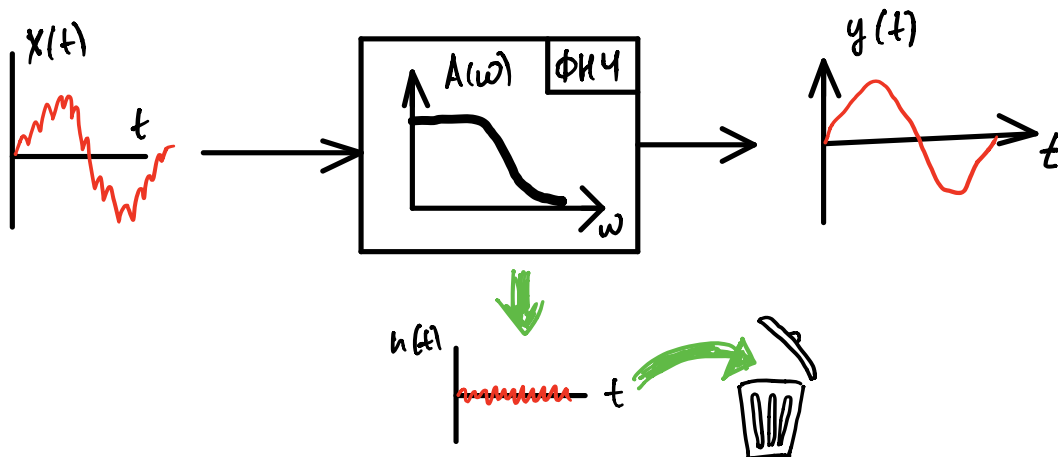
$$W(s) = \frac{U_C(s)}{U(s)} = \frac{1}{R \cdot C \cdot s + 1}$$

$$s = j\omega \Rightarrow W(j\omega) = \frac{1}{RC \cdot j\omega + 1} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

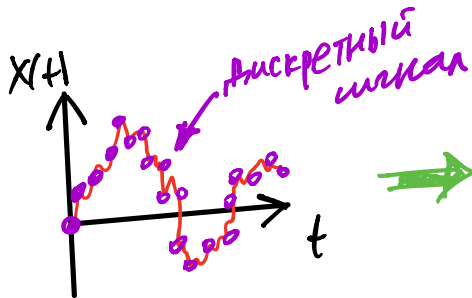
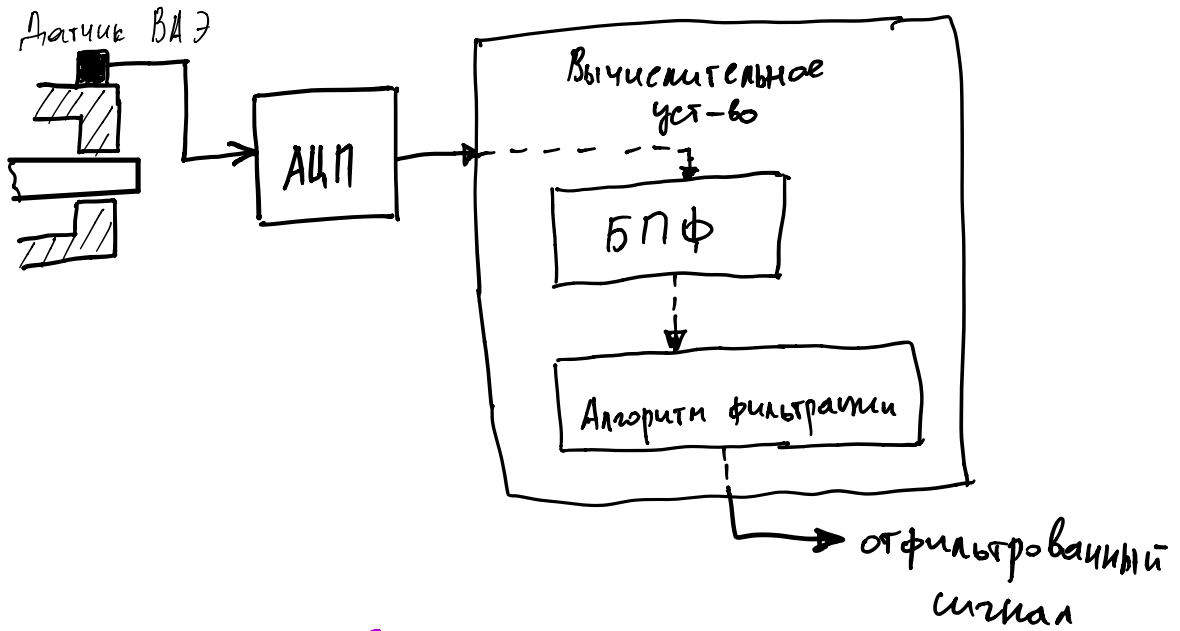
$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} - \text{АЧХ}$$

$$\omega \ll 1 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

$$\omega \gg 1 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + \infty}} \rightarrow 0$$

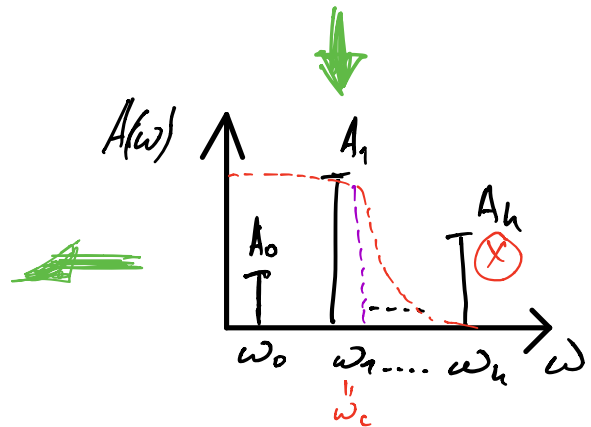


# ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ

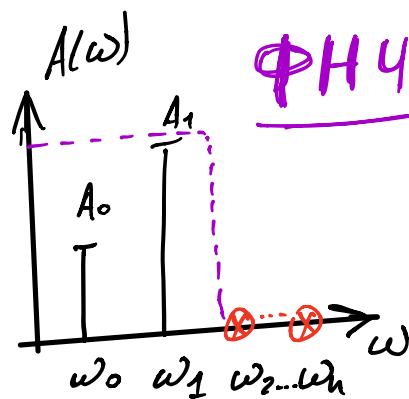
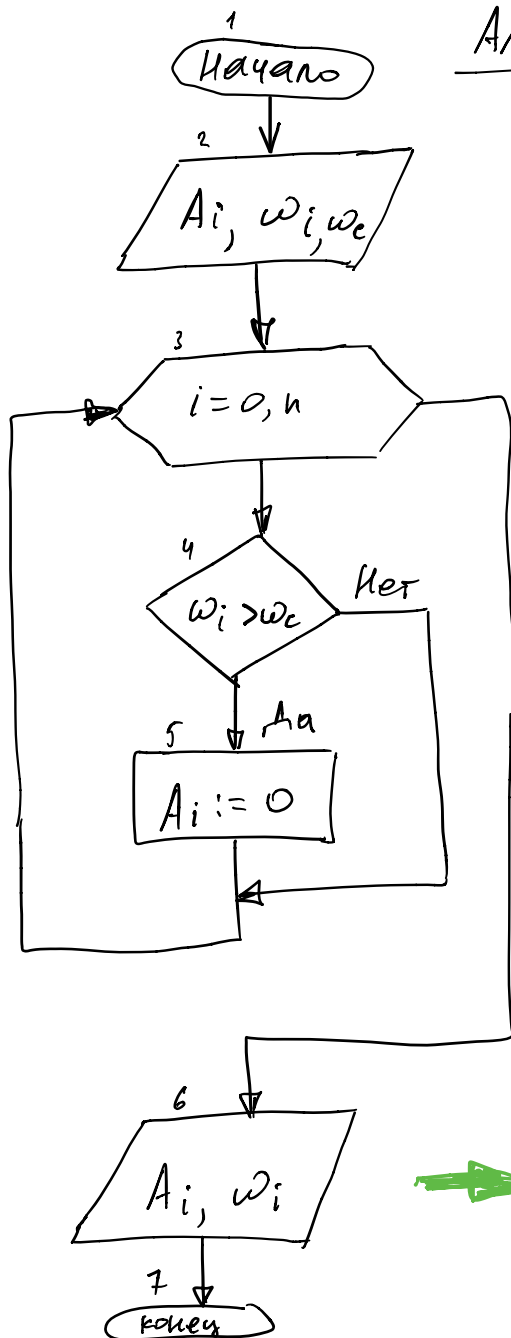


$A_i$	$\omega_i$
$A_0$	$\omega_0$
$A_1$	$\omega_1$
$A_2$	$\omega_2$
$\vdots$	$\vdots$
$A_n$	$\omega_n$

Алгоритм частотной фильтрации



Алгоритм программной  
реализации ФНЧ



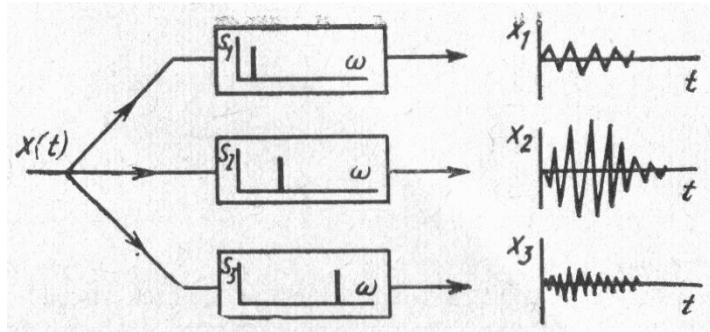
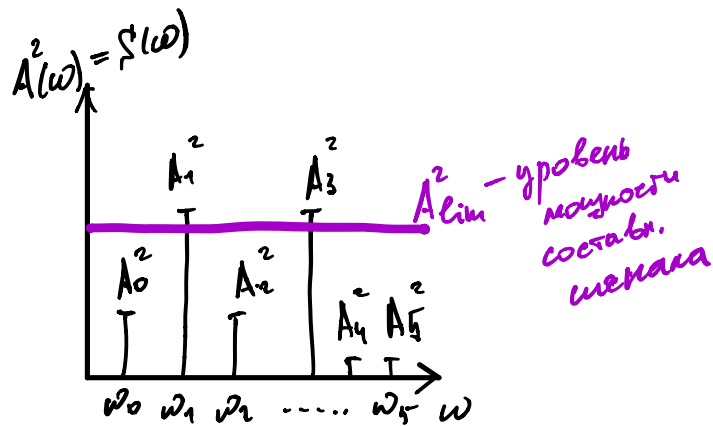


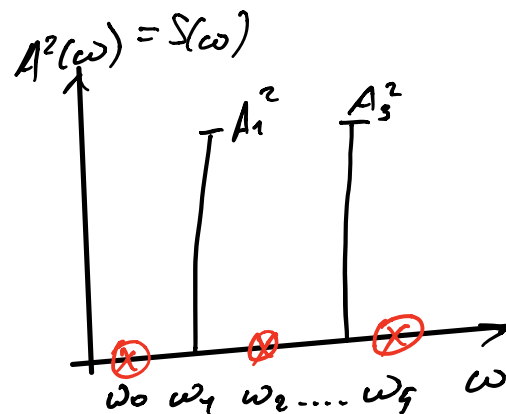
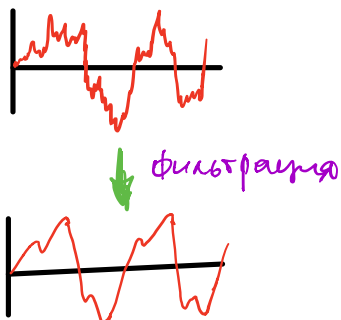
Рис. 27. Разделение компонент временного процесса с помощью спектрального анализа с набором полосовых фильтров [2]

#### ФИЛЬТРАЦИЯ ПО МОЩНОСТИ СОСТАВЛЯЮЩИХ СПЕКТРА

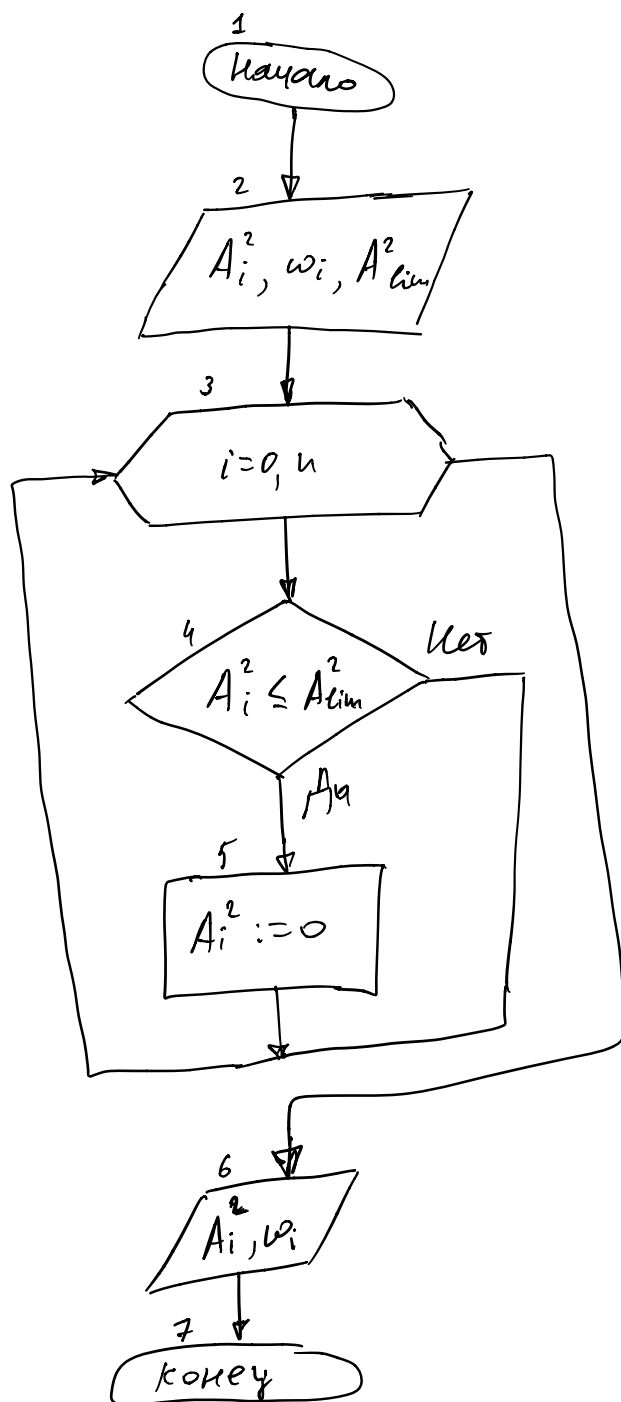


Условие фильтрации

$$A_i^2 = \begin{cases} A_i^2, & A_i^2 \geq A_{lim}^2 \\ 0, & A_i^2 < A_{lim}^2 \end{cases}$$



Алгоритм фильтрации по  
мощности составляющих  
частотного спектра





### Алгоритм преобразования Гильберта в частотной области

1. из дискретного сигнала во временной области  $x(n)$ , получить дискретный спектр  $X_r(m)$ , выполнив операцию БПФ;
2. создать новый спектр  $X_c(m) = 2 \cdot X_r(m)$ ;
3. удаляем симметричную составляющую спектра  $X_c(m)$ ,  $0 \leq m \leq \frac{N}{2}$ ;
4. делим отсчеты спектра  $\frac{X_c(0)}{2}$  и  $\frac{X_c(N/2)}{2}$ ;
5. выполнив обратное преобразование Фурье над полученным дискретным спектром, получим аналитическую дискретную последовательность  $x_c(n)$  во временной области.
6. Восстановленный сигнал будет определяться как

$$x_{\text{вост.}}(n) = |x_c(n)|$$

## **ЛЕКЦИЯ № 4**

**«Распространение колебаний в механических системах.  
Диагностическая модель»**

## Распространение колебаний в механических системах

Линейная стационарная система:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + h \frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = g(t, r)$$

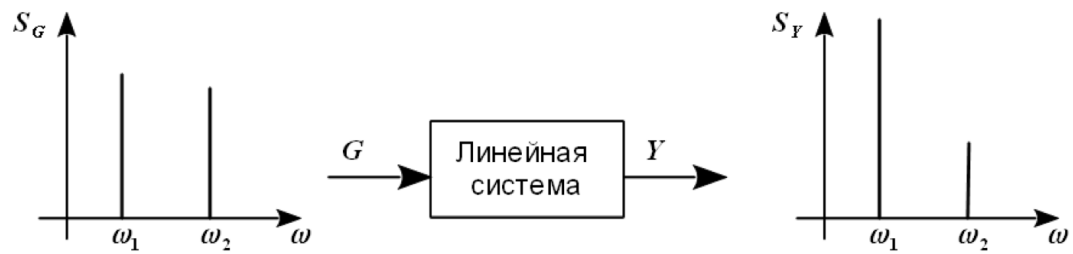


Рис. 13. Прохождение суммы двух гармонических сигналов через линейную систему [2]

Линейная нестационарная (параметрическая) система

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + h(t) \cdot \frac{dx}{dt} + c(t) \cdot x = g(t, r)$$

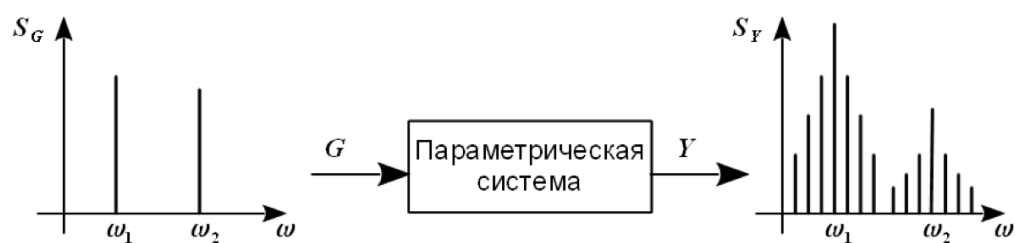
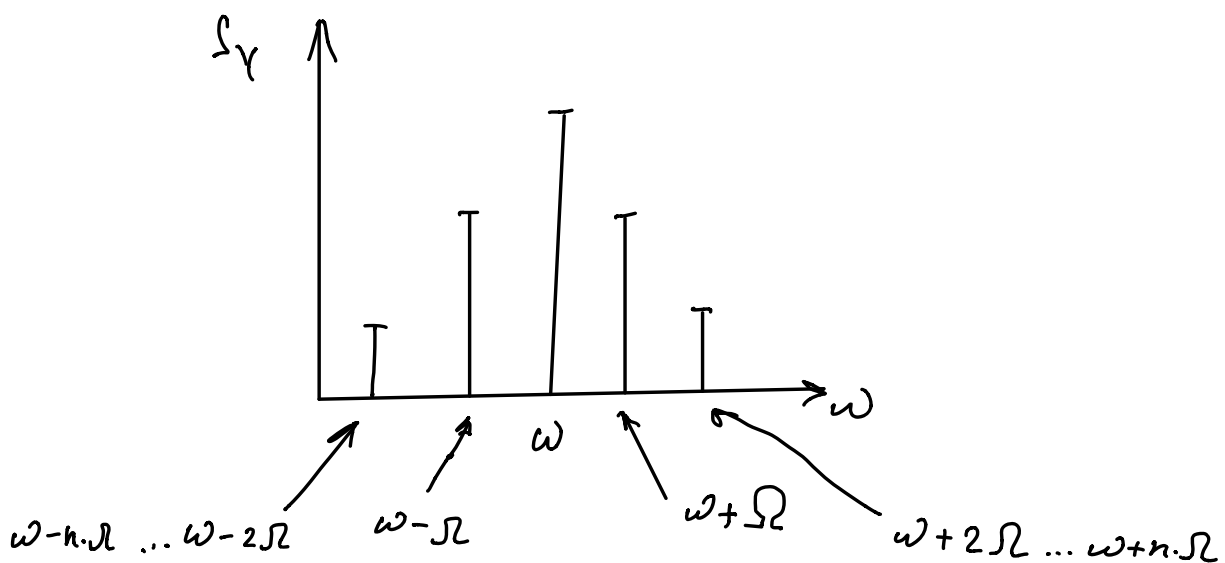


Рис. 14. Прохождение суммы двух гармонических сигналов через параметрическую систему с полигармоническим изменением параметров [2]



Нелинейная стационарная система:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + h \frac{dx(t)}{dt} + c \cdot x(t) = g(t, r)$$

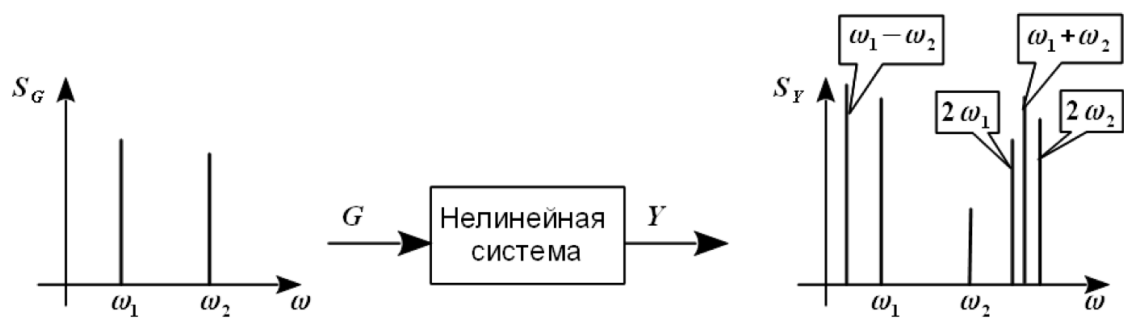


Рис. 15. Прохождение суммы двух гармонических сигналов через нелинейную систему [2]

компоненты спектра  $n\omega_1 + m\omega_2$

### Диагностическая модель

$$U = A \cdot R \quad (3.1)$$

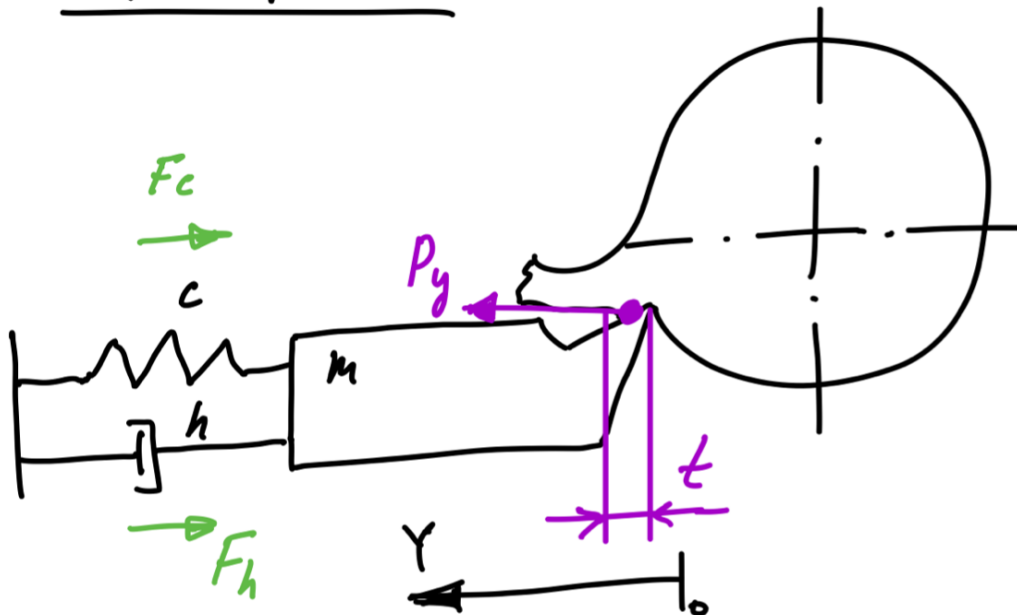
где  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  – вектор диагностических признаков технического состояния объекта, несущих информацию о состоянии объекта;

$R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$  – вектор параметров технического состояния объекта, т.е. параметров характеризующих состояние объекта.



$$R = A^{-1} \cdot U$$

# Пример 1:



$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + h \frac{dy(t)}{dt} + c \cdot y(t) = -p_y y(t)$$

ММ динамики процесса отслеживания,  
записанная в вариациях относительно  
стационарной траектории.

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + h \frac{dy(t)}{dt} + (c + p_y) \cdot y(t) = 0$$



Пусть мы хотим диагностировать ненаблюдаемое значение жесткости процесса точения  $p_r$ .

Пусть на входе системы действует какое-нибудь возмущение (в общем случае, входное возмущение следует установить!!!), например, пусть входное возмущение будет выражено следующей функцией:

$$g(t) = \sin(2\pi \cdot 45 \cdot t) + 0,5 \cdot \sin(2\pi \cdot 78 \cdot t) + 1,4 \cdot \sin(2\pi \cdot 103 \cdot t) + 0,9 \cdot \sin(2\pi \cdot 122 \cdot t)$$



$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + h \frac{dy(t)}{dt} + (c + p_r) \cdot y(t) = g(t)$$



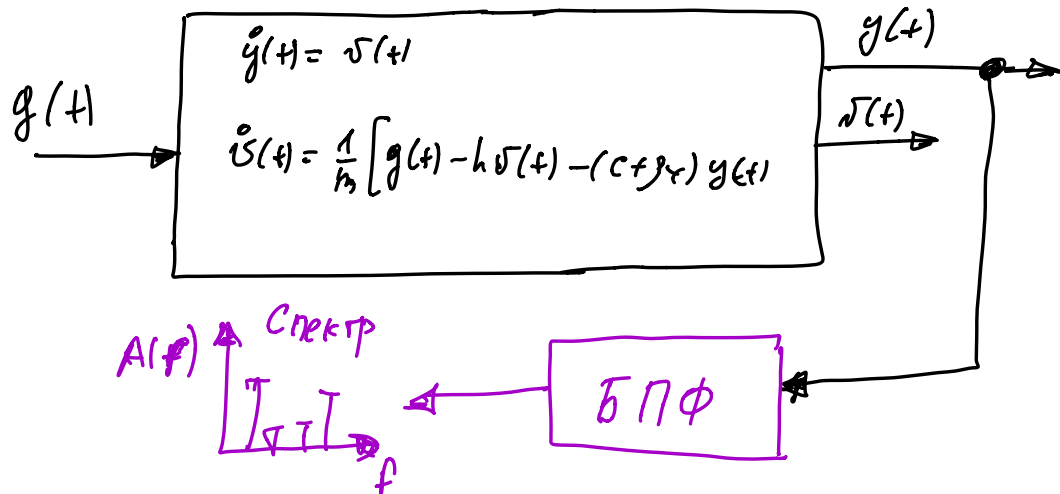
$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{m} [g(t) - h v(t) - (c + p_r) y(t)] \end{cases}$$

кан.  
форма  
Канон.



$$m, h, c = \text{const}$$

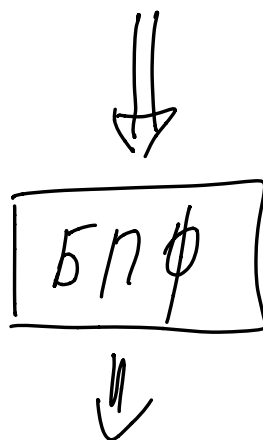
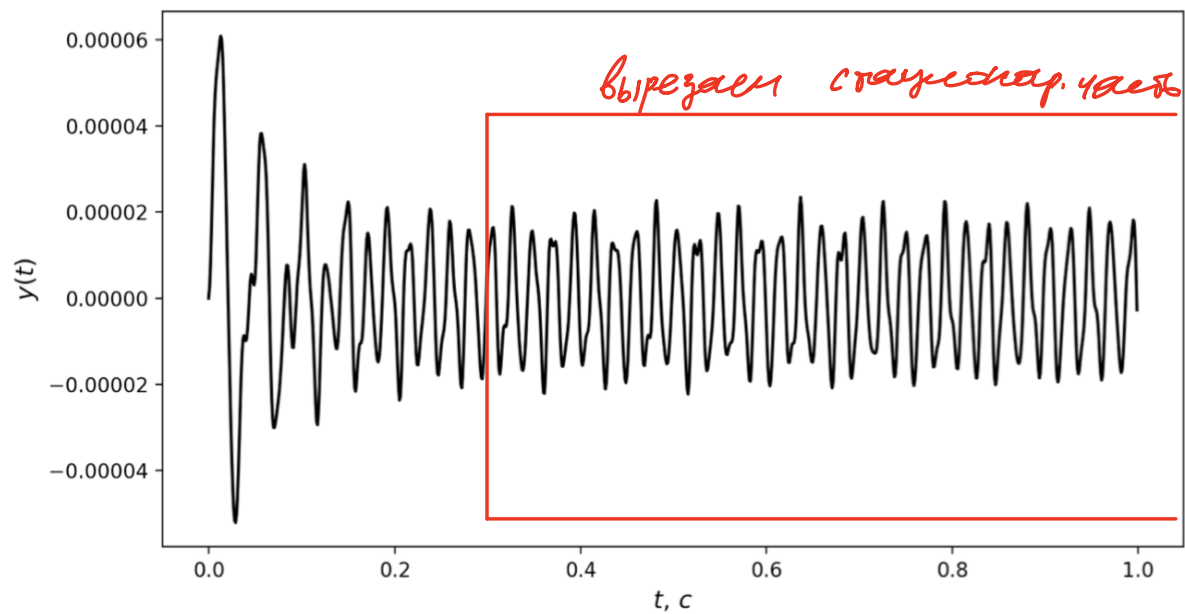
$$p_r = \text{var}$$

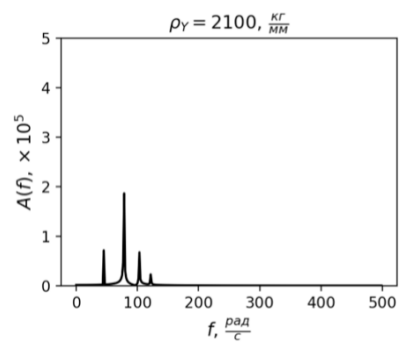
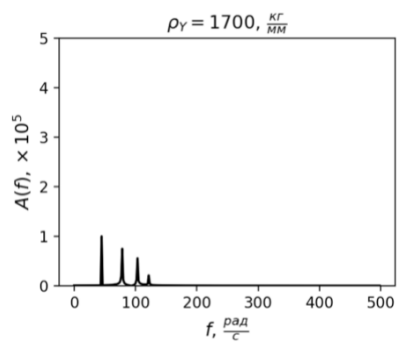
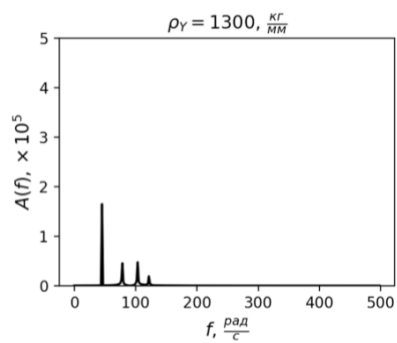
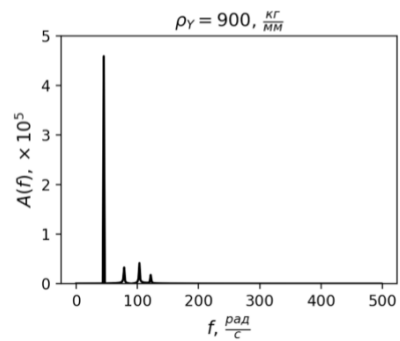
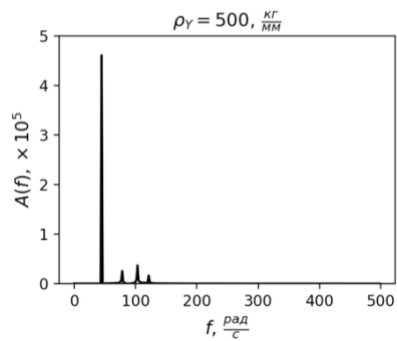
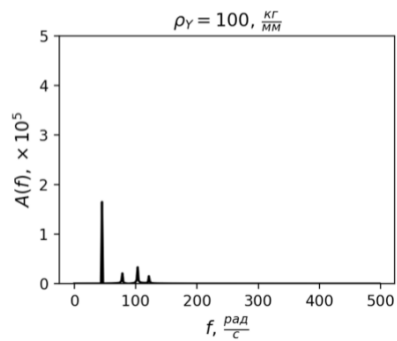


↓  
Анализ изменения спектра  
от варьирования  $p_r$

- 1) Измеряем выходной сигнал системы  $y(t)$ ;
- 2) Выполняем БПФ над  $y(t) \Rightarrow$  получаем спектр;
- 3) Анализируем изменение составляющих спектра от изменения  $p_r$ .

Измеренный сигнал  $y(t)$ , будет  
иметь вид

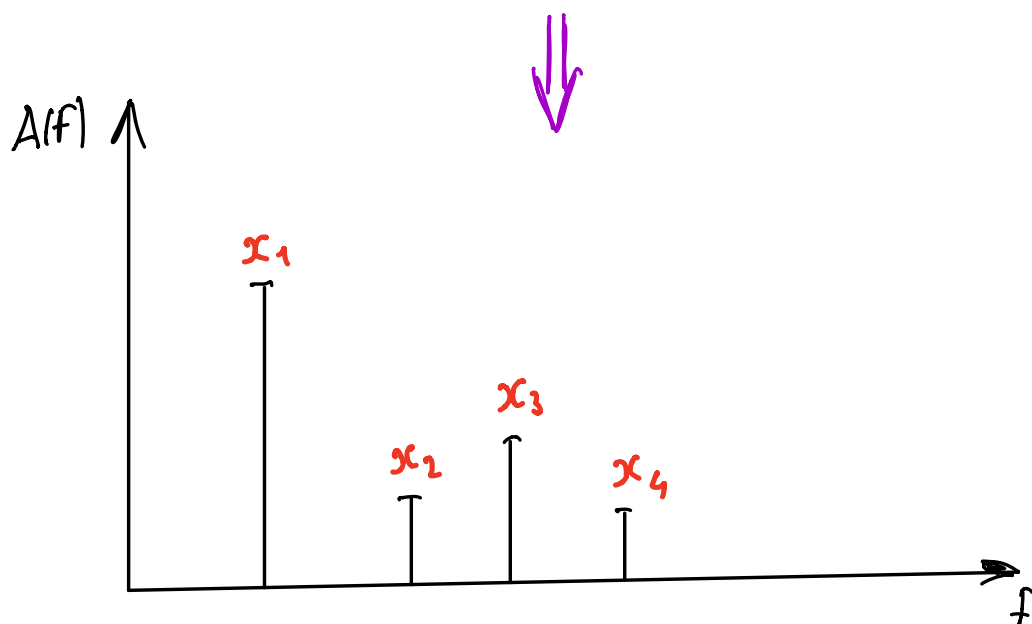
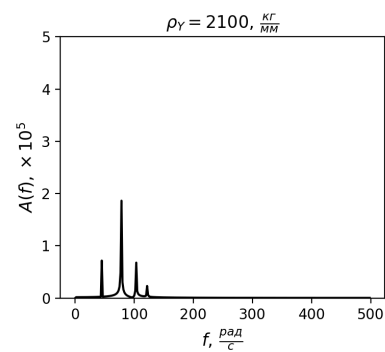
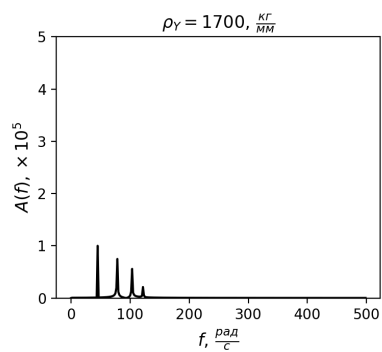
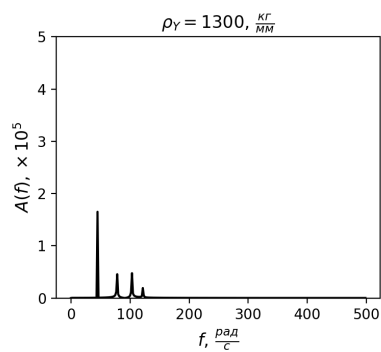
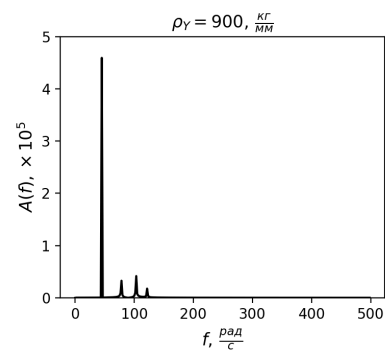
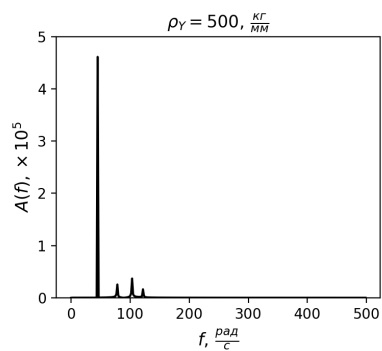
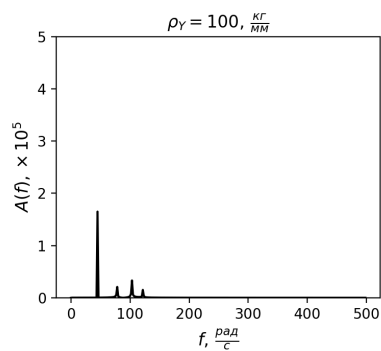




## **ЛЕКЦИЯ № 5**

**«Метрические методы в виброакустической  
диагностике.**

**Алгоритмы автоматического распознавания диагнозов.**



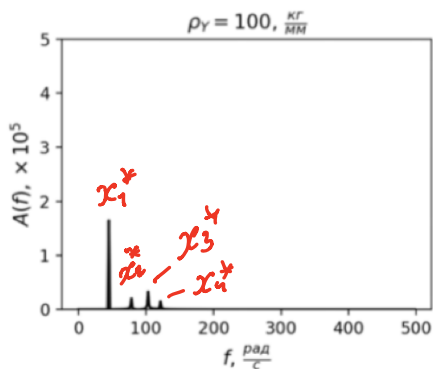
Комплекс значностических признаков

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$



Фактическую реализацию комплекса значностических признаков

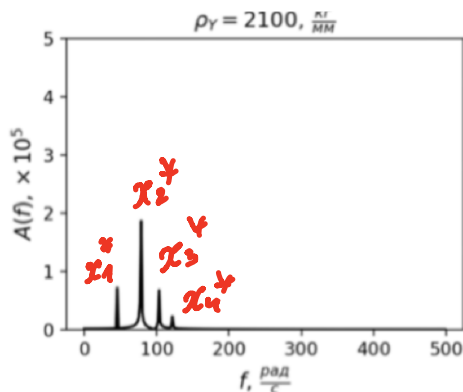
$$X^* = \{x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*\}$$



$$X_1^* = \{x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*\}$$

2      0,2      0,3      0,2

⋮

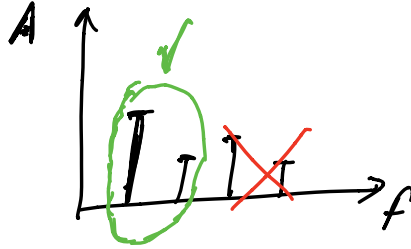


$$X_2^* = \{x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*\}$$

0,9      2      0,85      0,3

Рассмотрим пример использования  
метрических методов распознавания  
в вибрационной диагностике

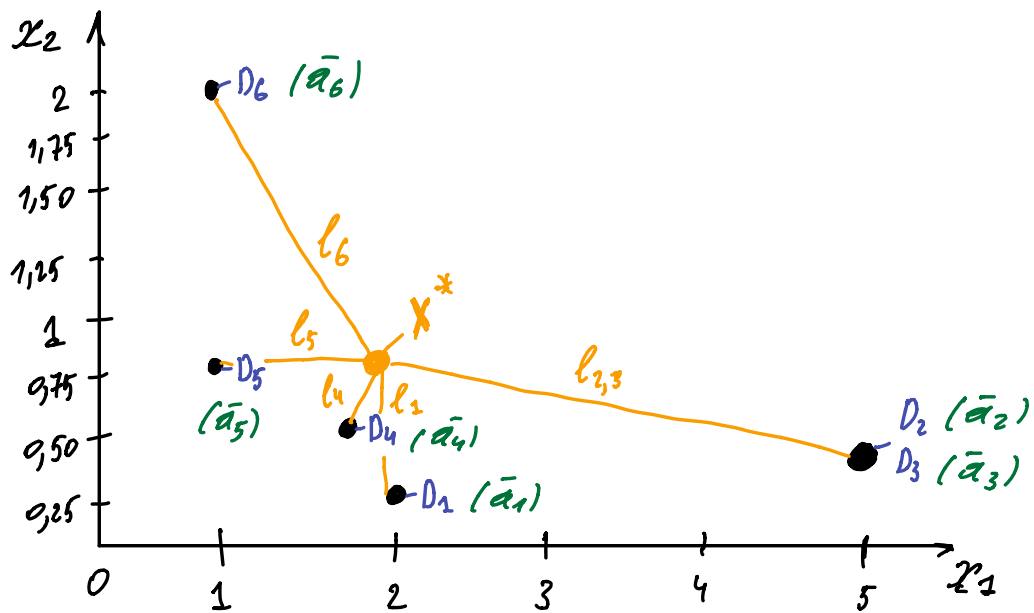
\* Для наглядности примера, ограничимся  
двумя первыми низкочастотными составляю-  
щими спектра



1) Получим пространство метрических  
признаков

$$X = \{x_1, x_2\}$$

где:  $x_1, x_2$  — значения амплитуд составля-  
ющих дискретного спектра  
выходного сигнала системы



$$D_1: p = 100 \frac{\text{Kz}}{\text{mm}}$$

$$D_4: p = 1300 \frac{\text{Kz}}{\text{mm}}$$

$$D_2: p = 500 \frac{\text{Kz}}{\text{mm}}$$

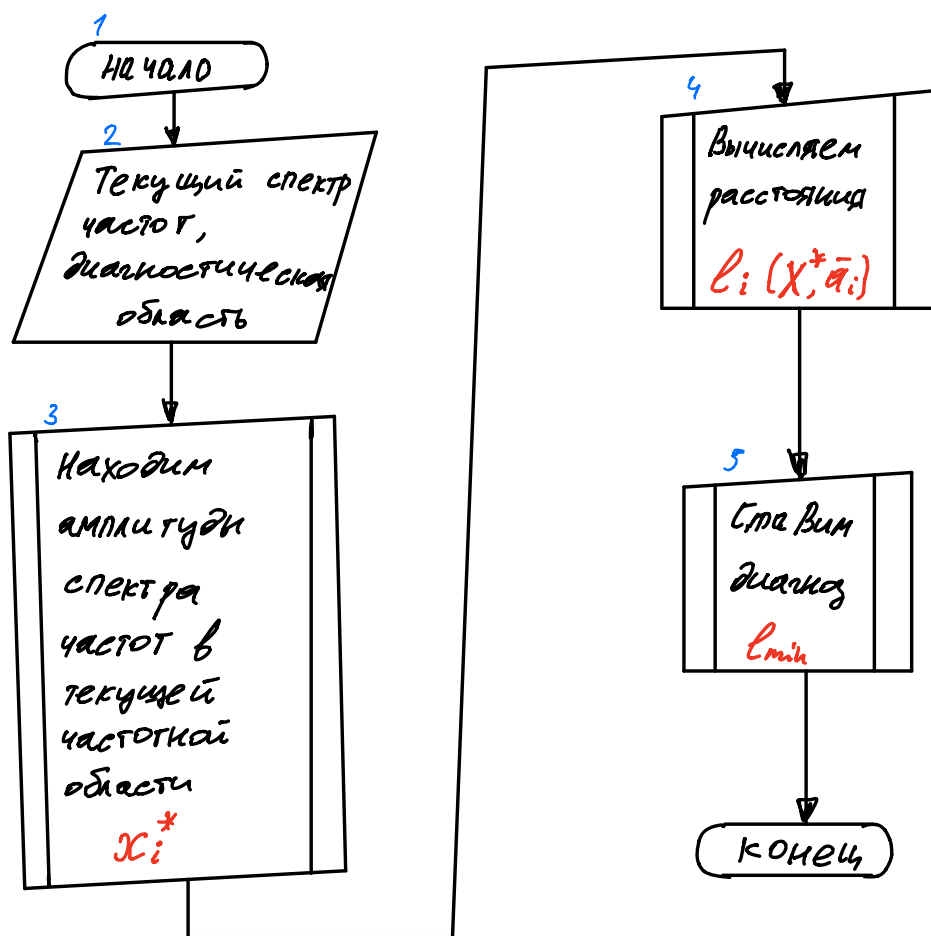
$$D_5: p = 1700 \frac{\text{Kz}}{\text{mm}}$$

$$D_3: p = 900 \frac{\text{Kz}}{\text{mm}}$$

$$D_6: p = 2100 \frac{\text{Kz}}{\text{mm}}$$



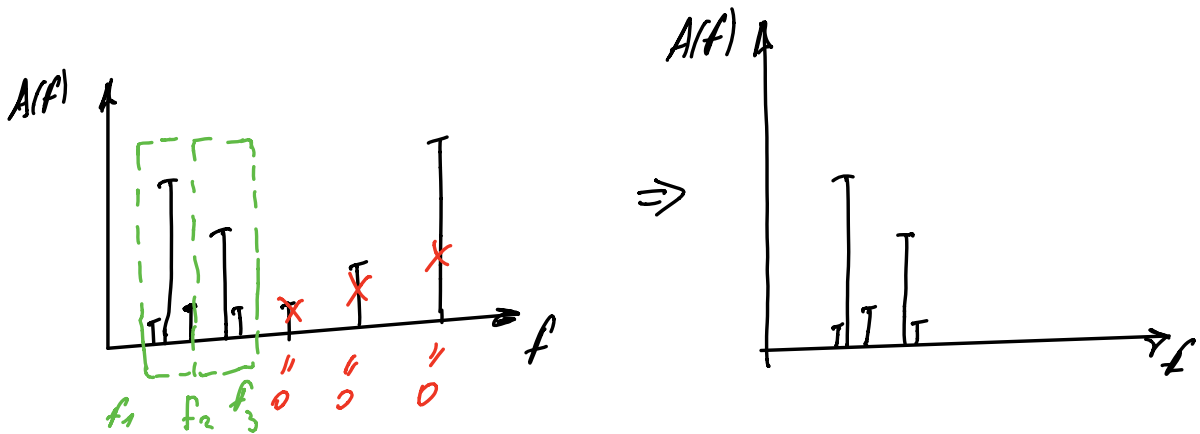
Алгоритм автоматического распознавания  
состояния диагностируемого  
объекта (процесса), основанного  
на виброакустической диагностике  
и метрических методах



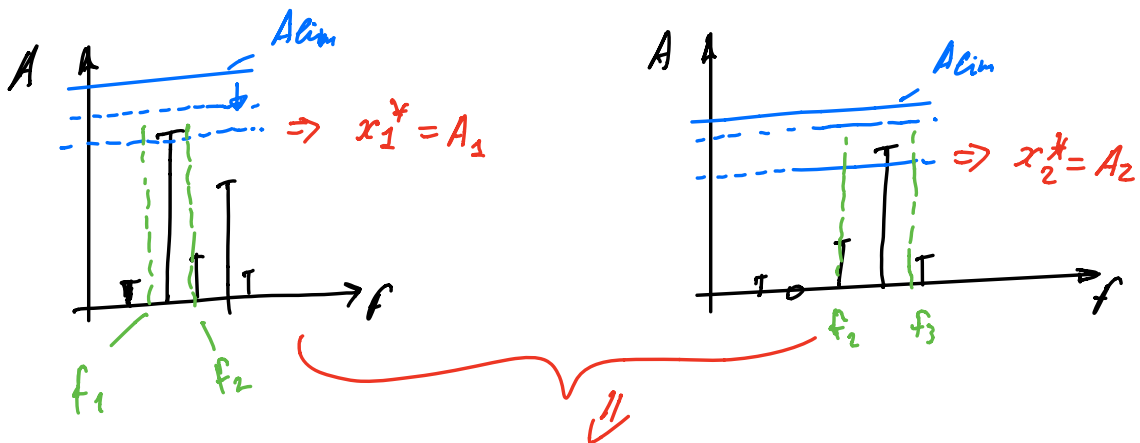
# Поиск амплитуды спектра частот в текущей частотной области $x_i^*$

Вариант I:

- 1) выделяем из дискретного спектра необходимую частотную область



- 2) Ищем максимальные амплитуды в преобразованном спектре

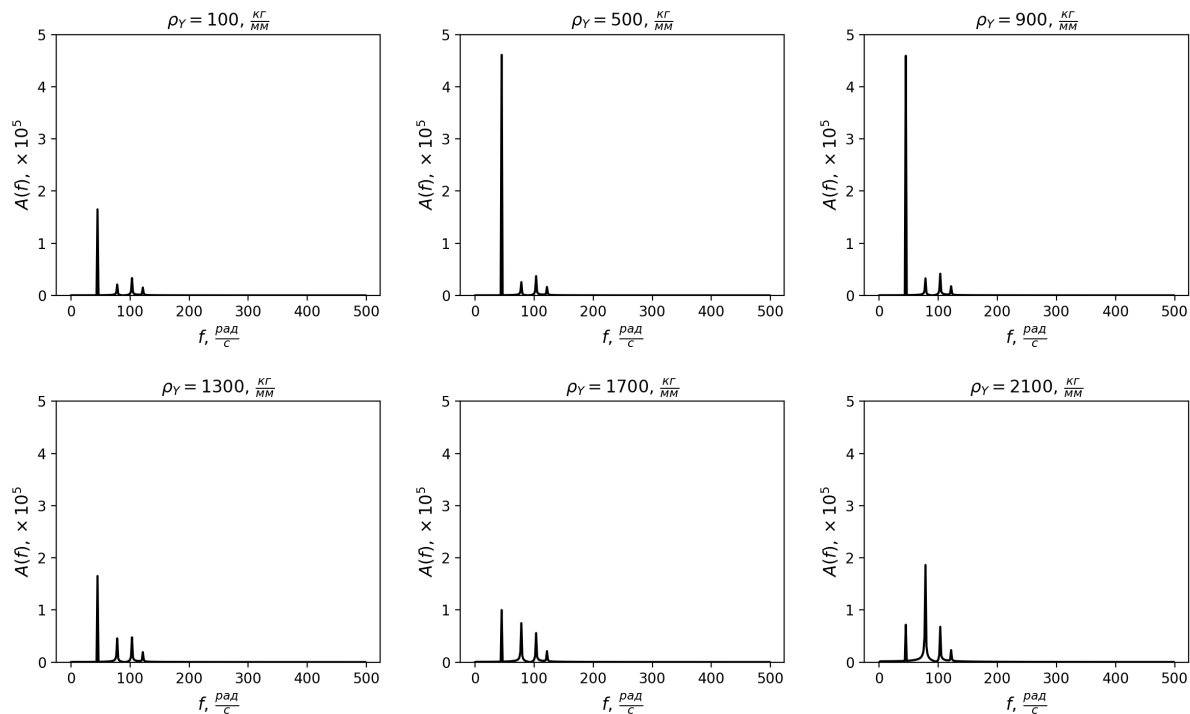


$$X^* = \{x_1^*, x_2^*\} = \{A_1, A_2\}$$

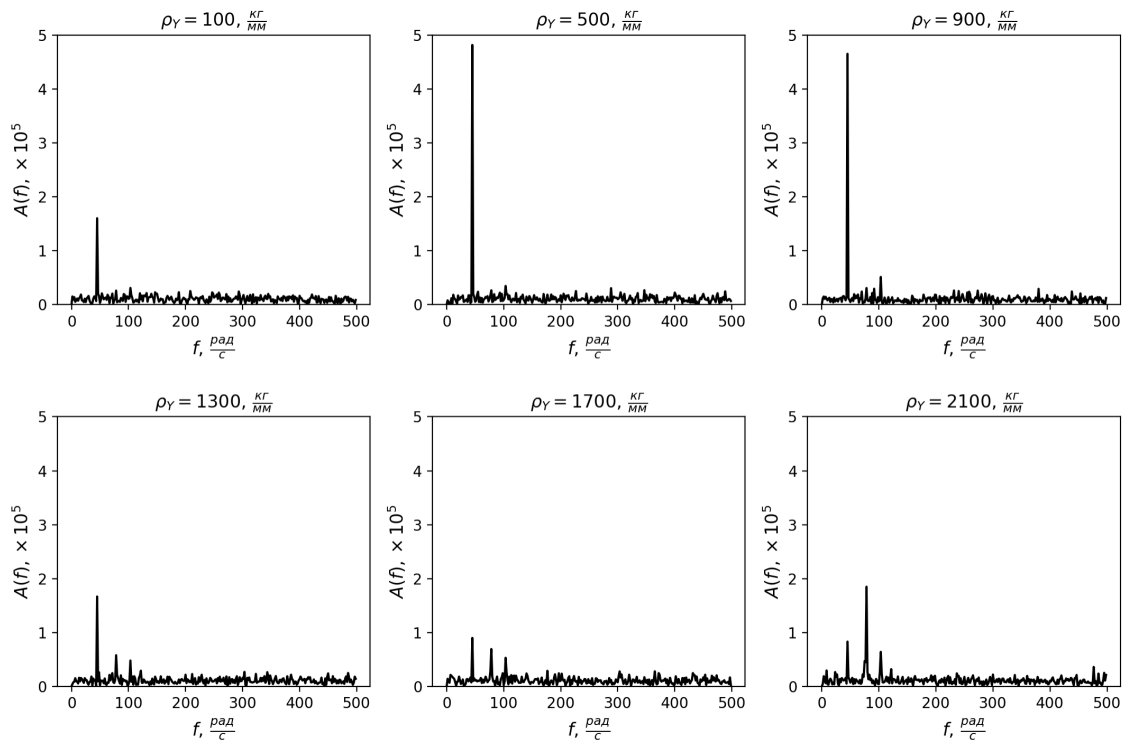
факт. реал. комп. эквив. ампл.

Рассмотрим как будет работать алгоритм  
автоматического диагностирования  
значения параметра  $P_y$  с  
использованием метрических методов

## Дискретный спектр без шума



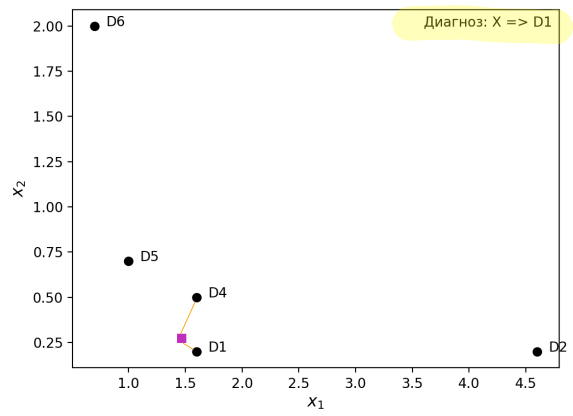
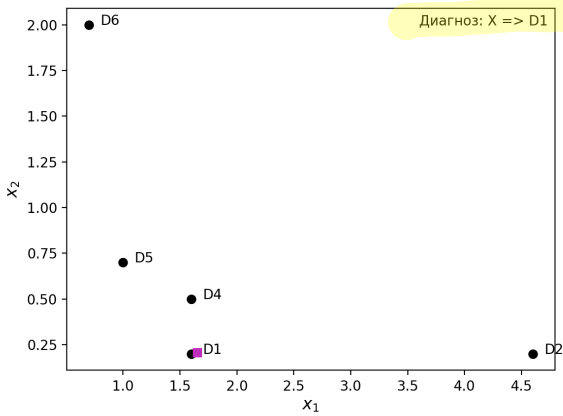
## Дискретный спектр с шумом



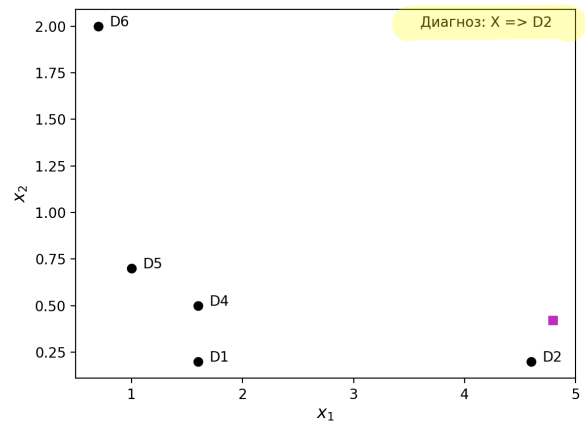
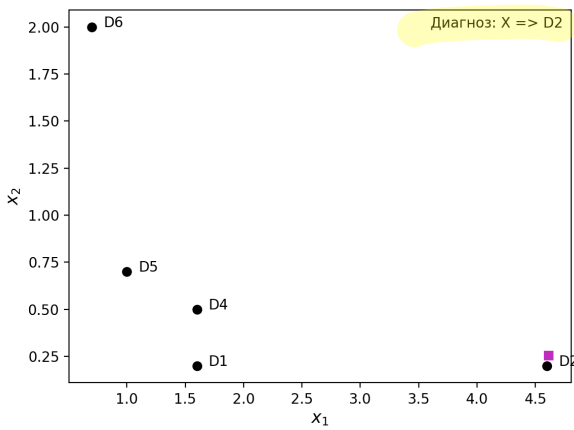
Без шума

с шумом

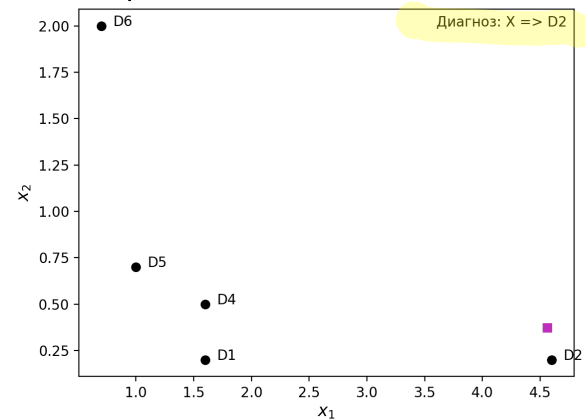
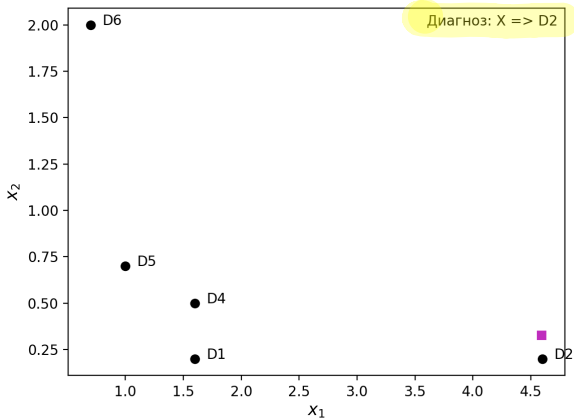
$$P_T = 100 \frac{\mu\text{с}}{\text{мм}}$$



$$P_T = 500 \frac{\mu\text{с}}{\text{мм}}$$



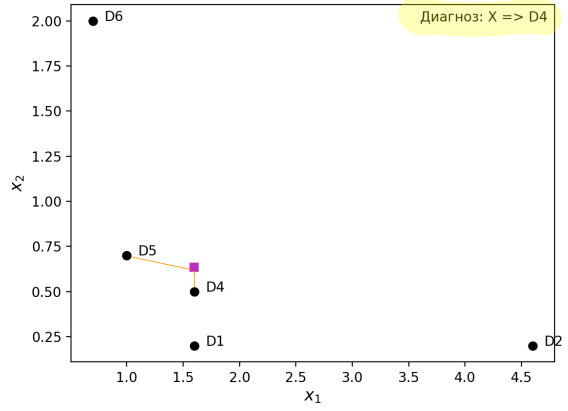
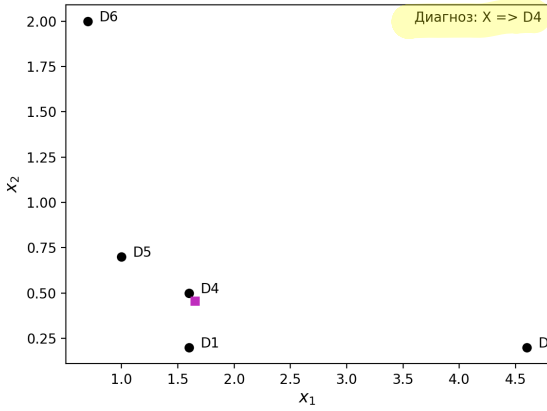
$$P_T = 900 \frac{\mu\text{с}}{\text{мм}}$$



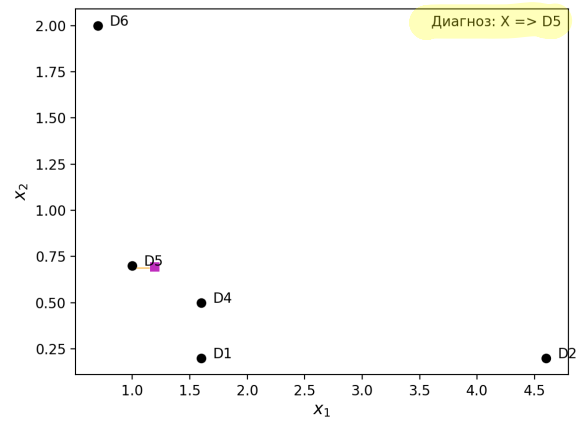
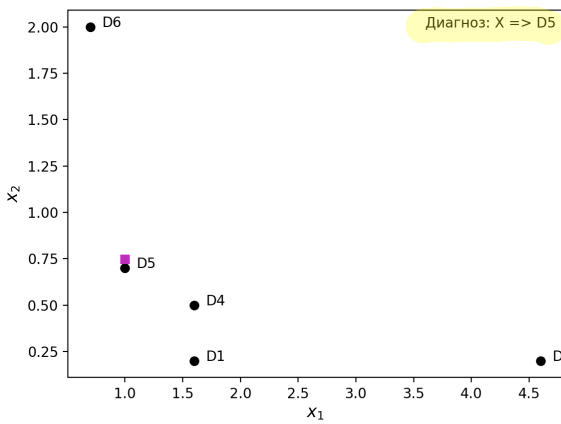
Без шума

с шумом

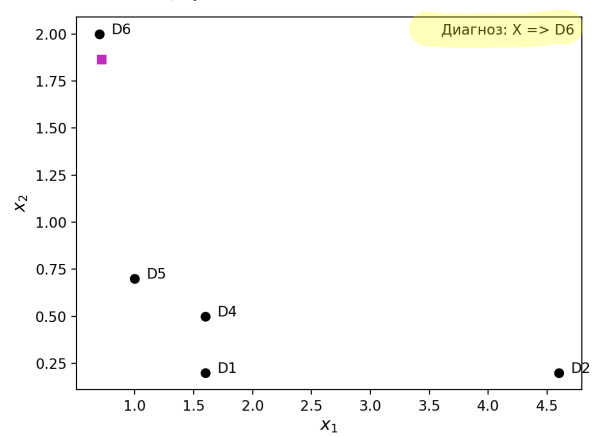
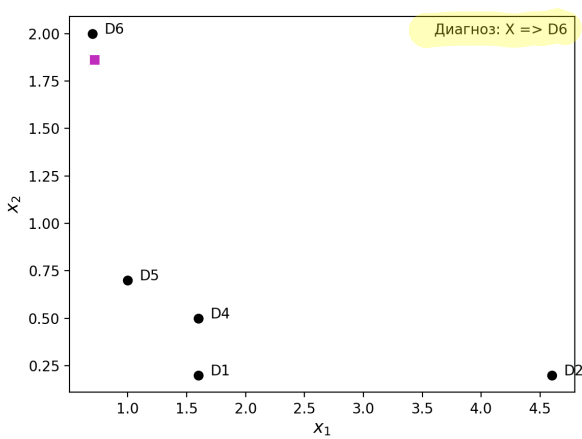
$$p_Y = 1300 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



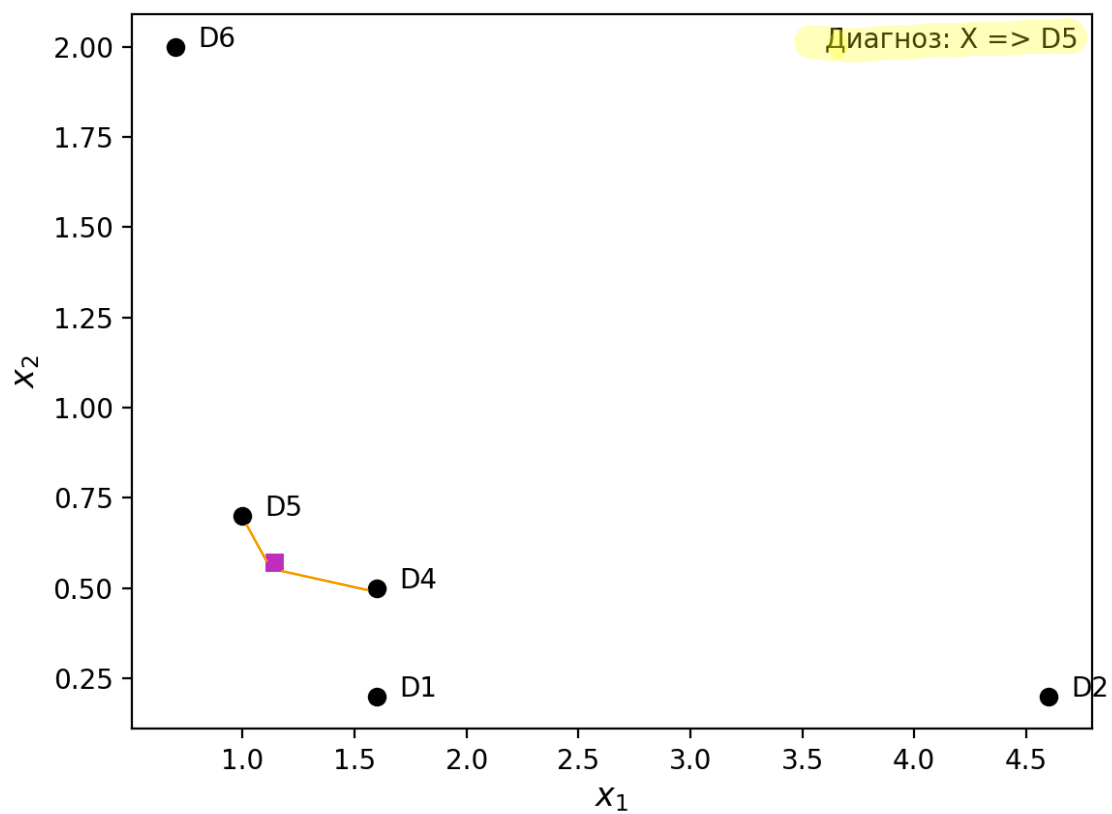
$$p_Y = 1700 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



$$p_Y = 2100 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



$$\rho_v = 1543 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$$



# Программный код на языке PYTHON

```
# формирование  $X^* = \{x_1^*, x_2^*\}$ 
xi = []
f_diap = [40, 65, 90]
for i in list(range(0, len(f_diap) - 1)):
    Af = map((lambda amp, freq: (amp, freq)), f, A)
    Af_filt = filter((lambda x: (x[0] >= f_diap[i]) and (x[0] <= f_diap[i+1])), Af)
    Amp = map((lambda x: x[1]), Af_filt)
    xi.append(max(Amp))

# распознавание метрическими методами
D = {"D1": (1.6, 0.2), "D2": (4.6, 0.2), "D4": (1.6, 0.5), "D5": (1.0, 0.7),
      "D6": (0.7, 2.0)}
Dmin, lmin = '', 1e6
for k in D.keys():
    l_x_a = []
    for i in list(range(0, len(xi))):
        l_x_a.append((xi[i] - D[k][i])**2)
    li = sum(l_x_a)
    if li < lmin:
        lmin, Dmin = li, k
```



## **ЛЕКЦИЯ № 6**

### **«Безразмерные дискриминанты виброакустических сигналов»**

## Безразмерные дискриминанты виброакустических сигналов

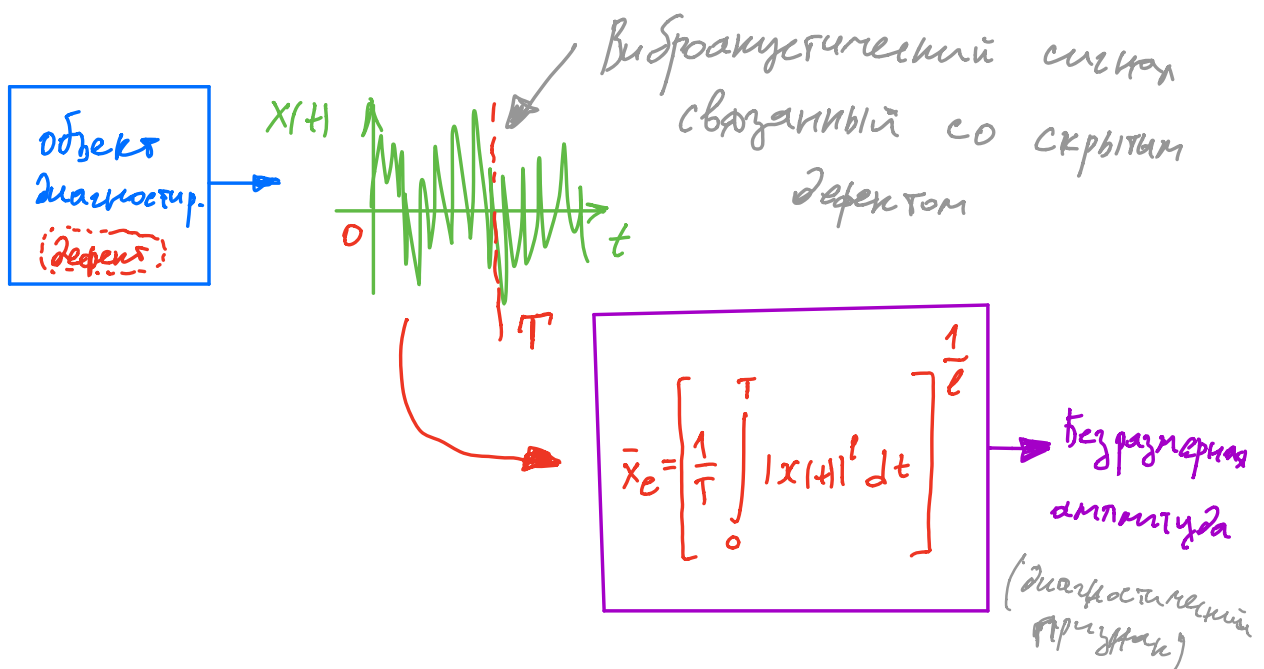
Базовое выражение:

$$\bar{x}_l = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |x|^l p(x) dx \right]^{\frac{1}{l}} = \left[ \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^l dt}_{\substack{\leftarrow \text{для практического} \\ \text{применения.}}} \right]^{\frac{1}{l}} \quad (1)$$

где  $\bar{x}_l$  – среднее значение амплитуды процесса как корень  $l$ -ой степени из  $l$ -го момента.

$T$  – время (период) измерения виброакустического сигнала;

$l$  – порядок момента.



## Безразмерная амплитуда может быть получена для различных параметров ВА-сигнала

$$\bar{x}_l(t) = \begin{cases} x_0 & l = \frac{1}{2}, \\ \bar{x} & l = 1 \\ x_{\text{с.к.а.}} & l = 2 \\ \hat{x} & l \rightarrow \infty \end{cases} \quad (2)$$

где  $x_0$  – ординарная амплитуда;

$\bar{x}$  – средняя амплитуда;

$x_{\text{с.к.а.}}$  – средняя квадратическая амплитуда;

$\hat{x}$  – наиболее вероятная амплитуда.

↗ достаточно  
большое число.

Для одного и того же сигнала каждый из этих параметров ведет себя по-разному.

Для практики используют следующие параметры, полученные из безразмерных амплитуд

а) коэффициент формы

$$K = \frac{x_{\text{с.к.а.}}}{\bar{x}} \quad (3.1)$$

б) коэффициент вероятности

$$C = \frac{\hat{x}}{x_{\text{с.к.а.}}} \quad (3.2)$$

в) коэффициент импульсности

$$I = \frac{\hat{x}}{\bar{x}} \quad (3.3)$$

г) коэффициент фона

$$L = \frac{\hat{x}}{x_0} \quad (3.4)$$

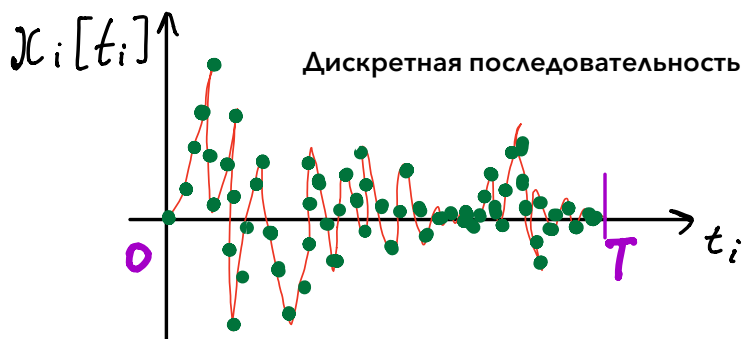
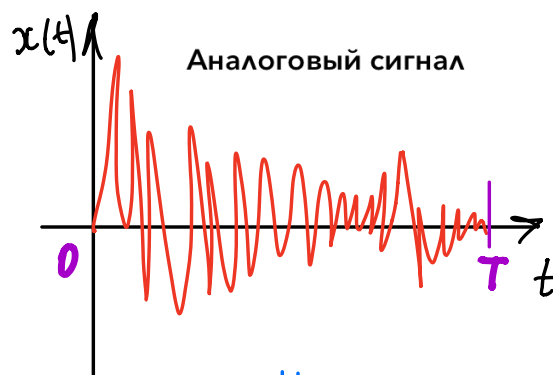
Так как безразмерные коэффициенты **K**, **C**, **I**, **L** связаны с виброакустическим сигналом  $x(t)$  интегральным преобразованием (1), то безразмерные коэффициенты несут информацию о ненаблюдаемом состоянии системы.

Поэтому коэффициенты **K**, **C**, **I**, **L** могут выступать в качестве диагностических признаков.

На коэффициентах **K**, **C**, **I**, **L** можно построить пространство диагностических признаков и использовать для распознавания состояний объекта метрические методы.

Максимальная размерность такого пространства будет равна 4-м. Не во всех случаях необходимо рассматривать все безразмерные коэффициенты. Необходимо выделять только, те, которые позволяют выполнить разделение диагнозов между собой.

Таким образом, вместо сигнала измеренного на интервале от 0 до T мы получим четыре коэффициента K, C, I, L, которые будут характеризовать измеренную часть сигнала. При этом мы можем использовать не все коэффициенты.



$$x_i = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$$

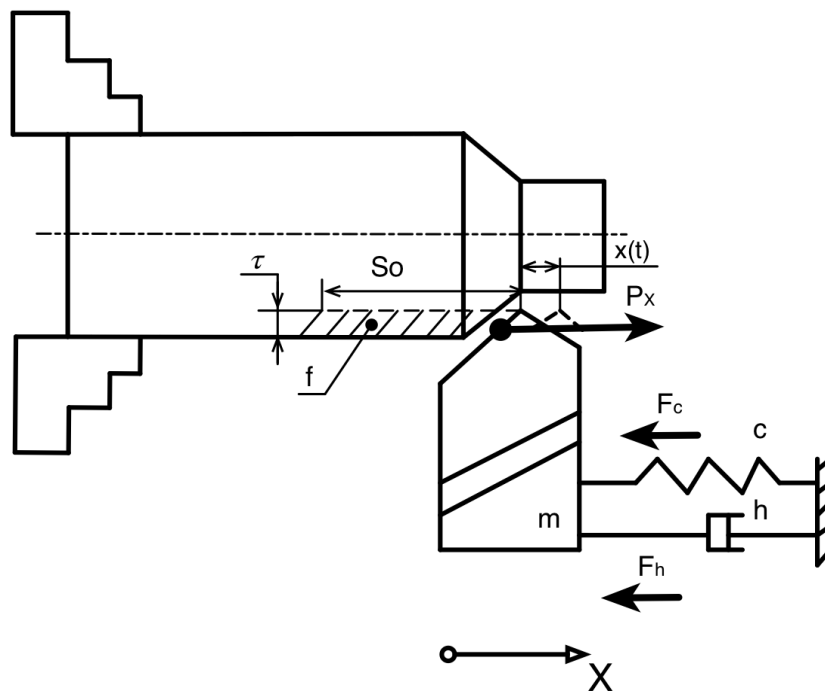
$$t_i = [t_1, t_2, t_3, \dots, t_n]$$



$$\bar{x}_l(t) = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^l dt \right]^{\frac{1}{l}} \Rightarrow K, C, I, L$$

↑  
Выполняется  
процедура численного интегрирования.

Рассмотрим пример построения системы диагностики динамического состояния процесса точения на основе анализа безразмерных коэффициентов



Концептуальная модель технологической системы точения

#### Допущения и гипотезы:

- 1) заготовка является абсолютно жесткой;
- 2) резец имеет упругие смещения только в осевом направлении  $X$ ;
- 3) имеет место задержка  $T$  изменения силы резания  $P$  относительно изменения координаты резца  $X$ .

**Математическая модель динамики процесса точения, записанная в вариациях относительно стационарной траектории**

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = -\frac{c}{m} x(t) - \frac{h}{m} v(t) + \frac{\rho}{m} u(t) \\ \frac{du(t)}{dt} = -\frac{1}{T} x(t) - \frac{1}{T} u(t) \end{cases}$$



$$\begin{pmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dv(t)}{dt} \\ \frac{du(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c}{m} & -\frac{h}{m} & \frac{\rho}{m} \\ -\frac{1}{T} & 0 & -\frac{1}{T} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \\ u(t) \end{pmatrix}$$



↑ Системная матрица  
**A**

$$a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$$

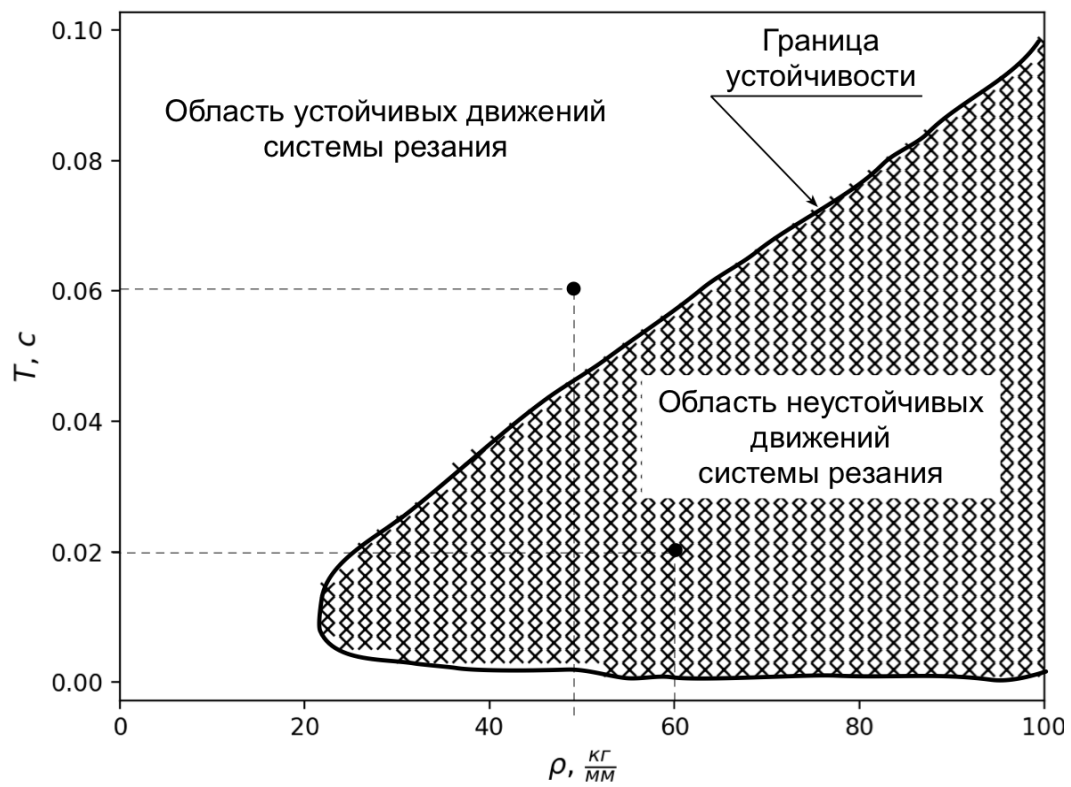
где  $a_3 = T \cdot m$ ;

$a_2 = T \cdot h + m$ ;

$a_1 = T \cdot c + h$ ;

$a_0 = c + \rho$ .

Результат анализа динамики процесса точения в зависимости от изменения пары неуправляемых параметров  $T$  и  $\rho$ .





**Цель диагностирования:**

Так как параметры  $T$  и  $r$  являются неуправляемыми и могут приводить систему в неустойчивое состояние, то возникает задача диагностирования текущего состояния технологической системы резания с целью предотвращения её перехода в неустойчивое состояние.

**Задачи диагностирования:**

1. установить связь между значениями коэффициентов  $K$ ,  $C$ ,  $I$ ,  $L$  и состоянием системы;
2. отобрать наиболее информативные коэффициенты, т.е. такие коэффициенты которые наилучшим образом позволяют распознавать различные состояния системы;
3. на отобранных коэффициентах сформировать пространство диагностических признаков, в котором будут отображены различные состояния системы — диагнозы;
4. выполнить распознавание текущего состояния системы, используя метрические методы.

## Решение задач диагностирования

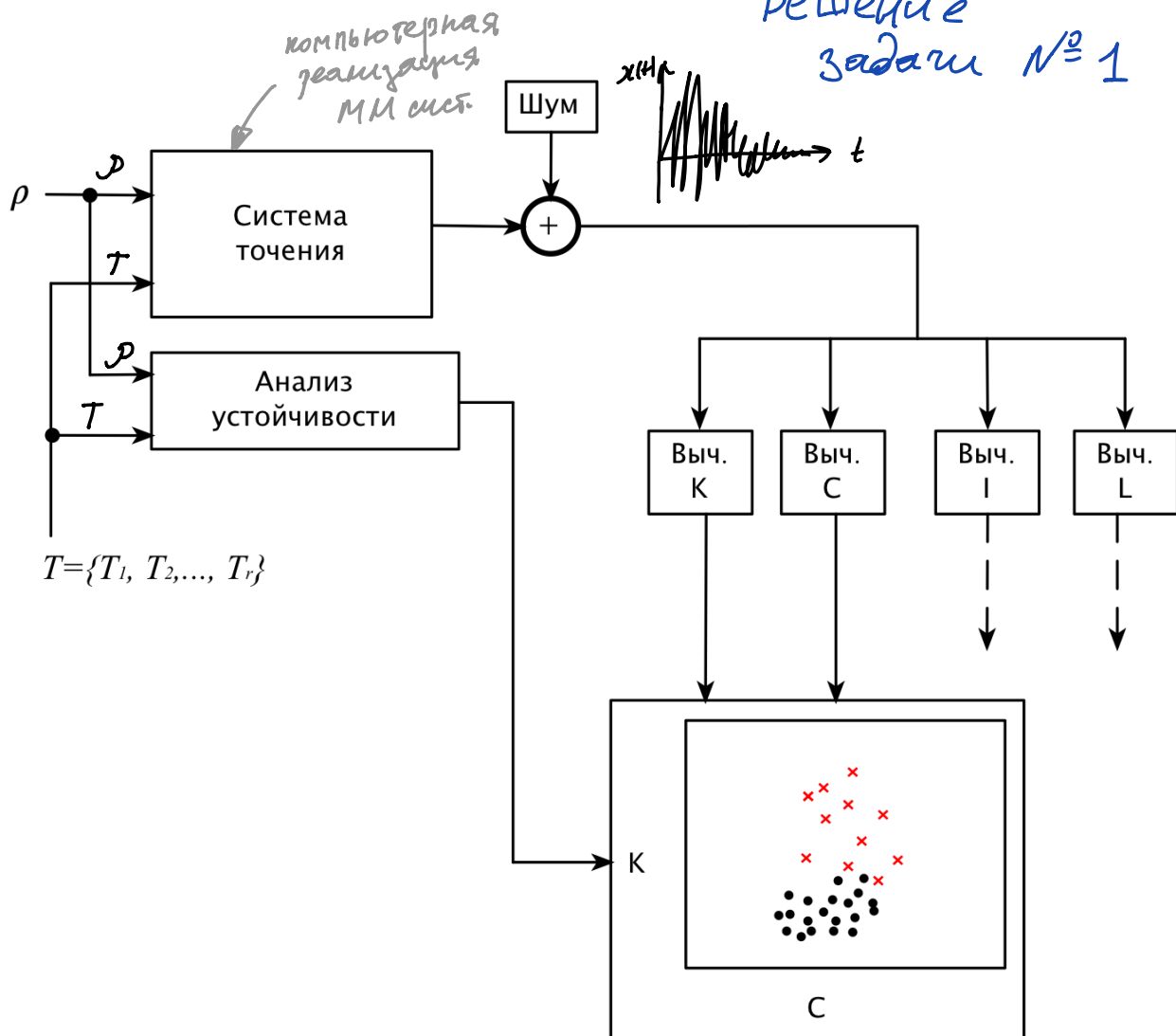
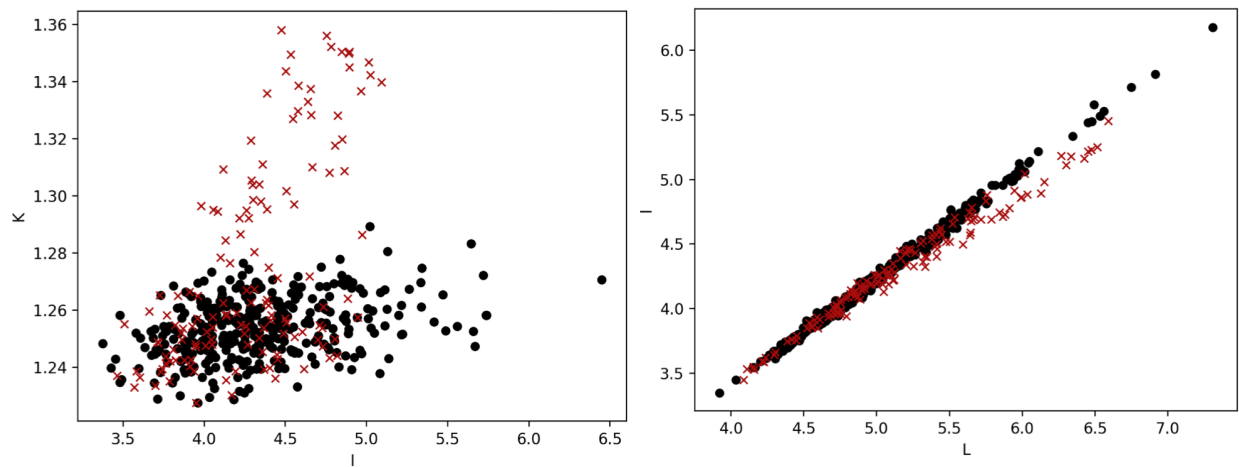


Схема маркирования значений коэффициентов К, С, I, L для устойчивого и неустойчивого состояний системы резания

● - устойчивое состояние

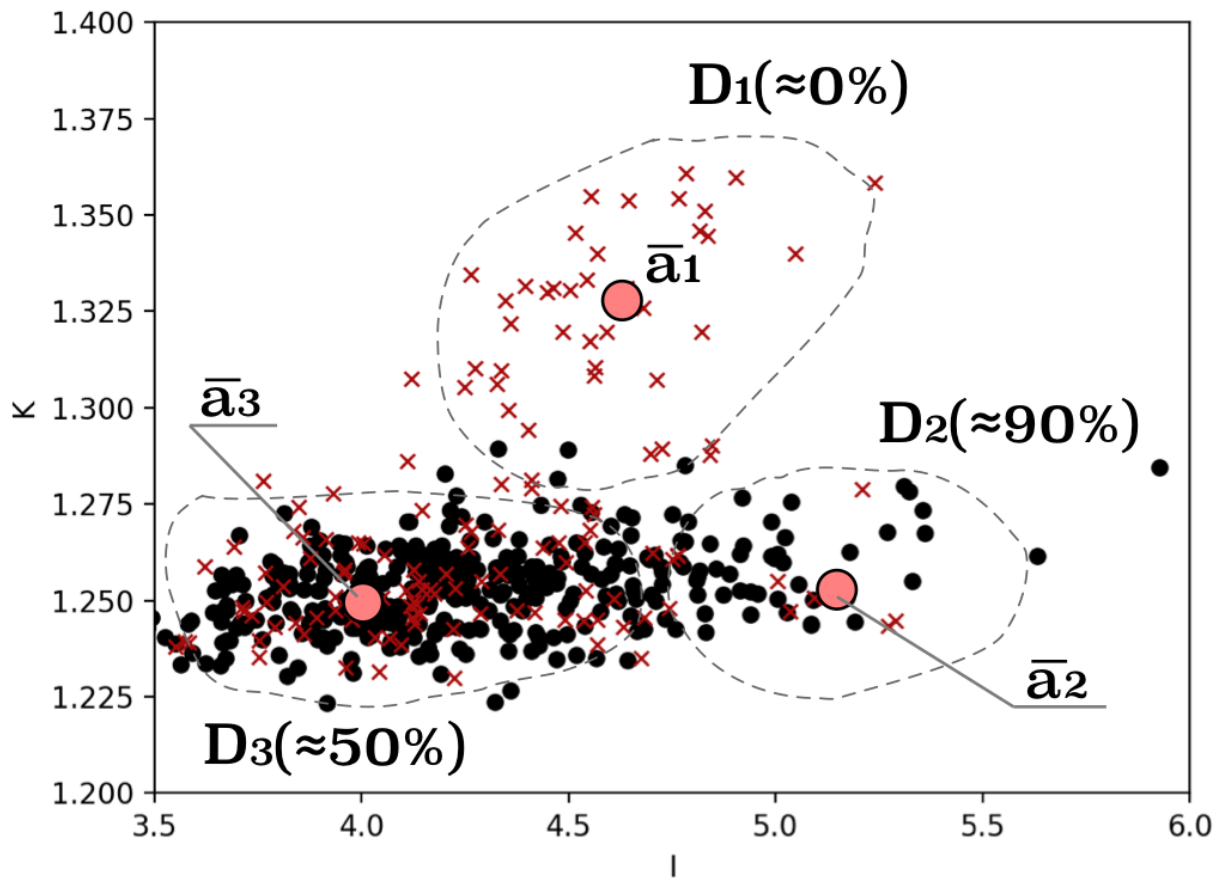
× - неустойчивое состояние

## Решение задачи №2



$$X = \{K, I\}$$

### Решение задачи №3



Плоскость  $KI$  с областями диагнозов  $D_i$ , эталонов  $a_i$  при амплитуде аддитивного шума 20% от амплитуды полезного сигнала  $x(t)$

#### Диагнозы:

**$D_1(0\%)$**  — устойчивых состояний не наблюдается;

**$D_2(=90\%)$**  — в 90% случаев наблюдаются устойчивые состояния;

**$D_3(=50\%)$**  — в 50% случаев наблюдаются устойчивые состояния, а в 50% случаев наблюдаются неустойчивые состояния, то есть диагностирование невозможно.

## Решение задачи №4

Общая формула измерения расстояния между объектом диагностирования и эталоном

$$l_{i(\nu)}^{(\mu)}(X^*, \bar{a}_i) = \left[ \sum_{j=1}^N |x_j - \bar{a}_{ij}|^\nu \right]^{\frac{\mu}{\nu}}$$

$\Downarrow$

$$\mu = \nu = 2$$

$\Downarrow$

$$l_{i(2)}^{(2)}(X^*, \bar{a}_i) = \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{a}_{ij})^2$$

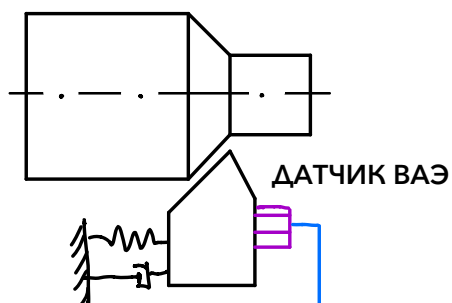
Подставим вместо  $x_j \rightarrow K$  и  $I$ :

$$l_{i(2)}^{(2)}(X^*, \bar{a}_i) = (K^* - \bar{a}_{iK})^2 + (I^* - \bar{a}_{iI})^2$$

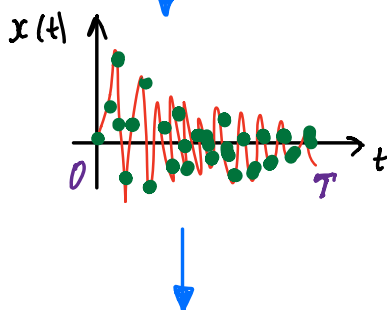
Используем решающее правило для постановки диагноза:

$$l_k \in D_k \iff l_k = \min(L)$$

где  $L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$  – вектор расстояний между точкой текущего состояния объекта и каждым эталоном.



① Измерение ВА-сигнала на отрезке  $[0; T]$ .



② Дискретизация ВА-сигнала.

$$x_{\text{с.к.а.}} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt$$

$$\hat{x} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^\infty dt \right]^{\frac{1}{\infty}}$$

③ Вычисление безразмерных дискрим.

$$K^* = \frac{x_{\text{с.к.а.}}}{\bar{x}}$$

$$I^* = \frac{\hat{x}}{\bar{x}}$$

④ Вычисление расстояний.

$$l_{i(2)}^{(2)}(X^*, \bar{a}_i) = (K^* - \bar{a}_{iK})^2 + (I^* - \bar{a}_{iI})^2$$

⑤ Постановка задачи.

$$l_k \in D_k \iff l_k = \min(L)$$

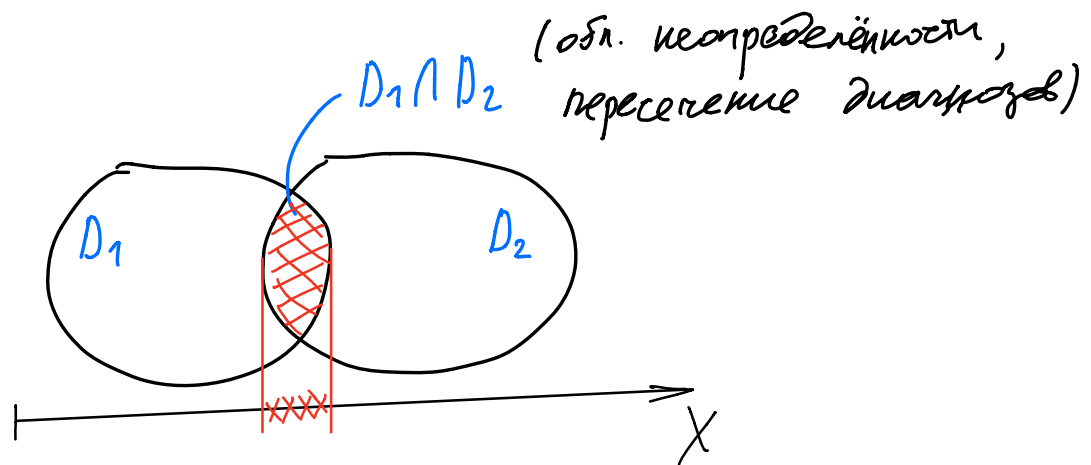
$$L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$$

## **ЛЕКЦИЯ № 7**

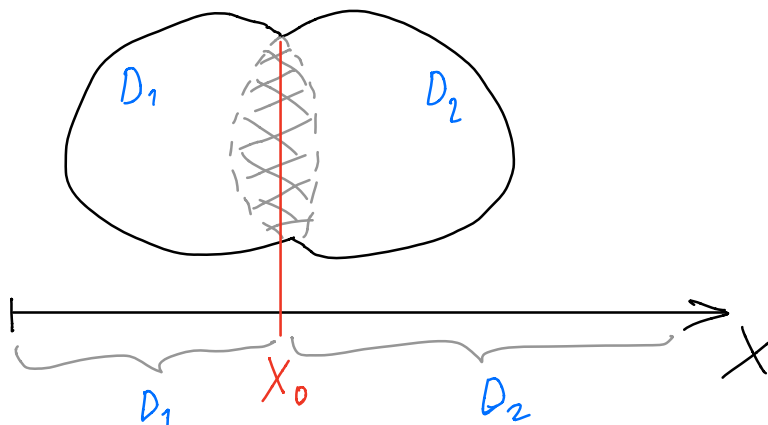
**«Дифференциальная диагностика на основе  
статистических методов»**

Справка: Дифференциальная диагностика занимается распознаванием между двумя состояниями объекта.

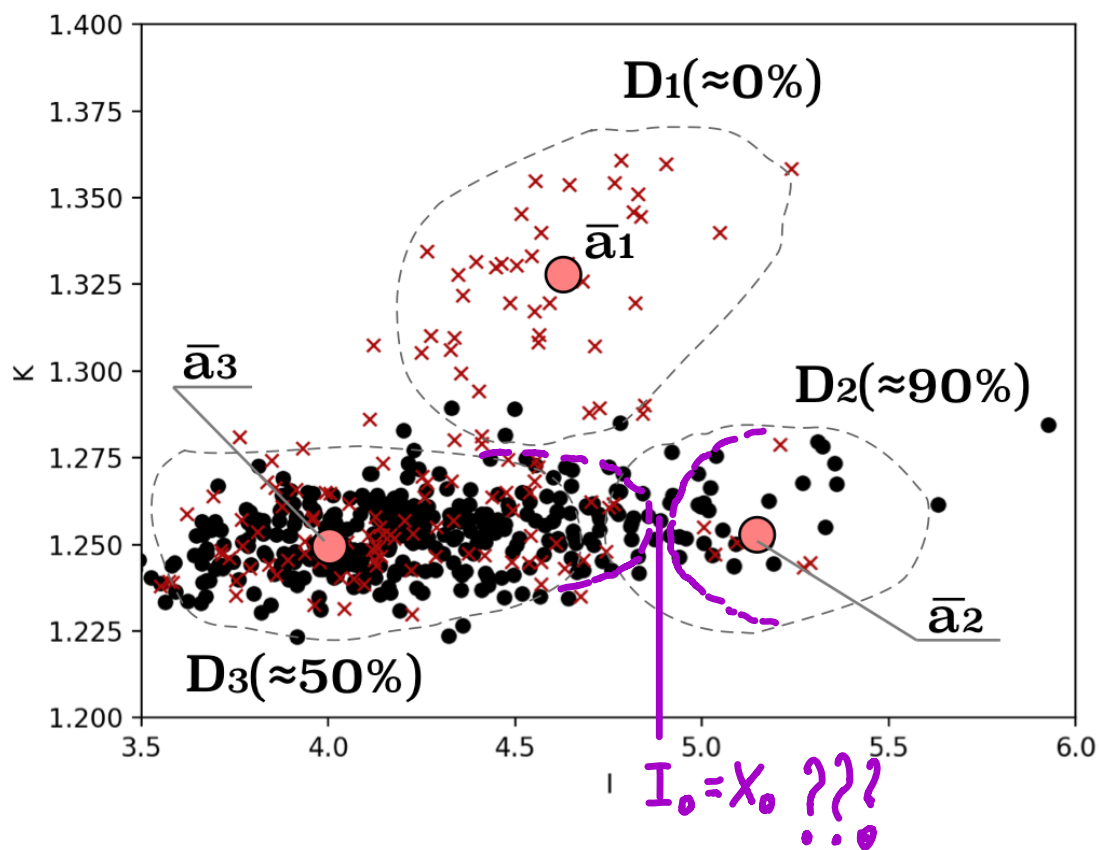
**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ:** Пусть имеется два состояния объекта, которые отображаются двумя диагнозами ( $D_1$  и  $D_2$ ), но наблюдаемый диагностический признак  $X$ , в некоторой области, имеет такие значения, которые можно отнести как к диагнозу  $D_1$ , так и к диагнозу  $D_2$ . Т.е. образуется область неопределенности.



Однако требуется определить границу  $X_0$  разделения двух диагностических областей.







Целесообразно использовать методы статистических решений для выбора порогового значения  $X_0$  разделения двух диагностических областей.

В методах статистических решений решающее правило выбирается исходя из некоторых оптимальных условий, например, из условия минимума риска (т.е. сведения вероятности возможной ошибки диагностирования к минимуму).

**Решающее правило.** Пусть производится дифференциальная диагностика состояния объекта по значению непрерывного параметра  $X$ . Если значение параметра  $X < X_0$ , то принимается решение о наблюдении состояния  $D_1$  у объекта, если значение параметра  $X > X_0$ , то принимается решение о наблюдении состояния  $D_2$  у объекта.

$$\begin{cases} X < X_0 \Rightarrow X \in D_1 \\ X > X_0 \Rightarrow X \in D_2 \end{cases} \quad (2)$$

---

Если  $X = X_0$ , то возможны варианты:

- 1)  $X \leq X_0$
- 2)  $X \geq X_0$
- 3)  $X = X_0 \Rightarrow$  отказ от диагностирования.

Зависит от конкретной задачи.

---

Таким образом, если обеспечено достоверное измерение параметра  $X$ , то для диагностирования необходимо определить пороговое значение параметра  $X$ , которое обозначено как  $X_0$ .

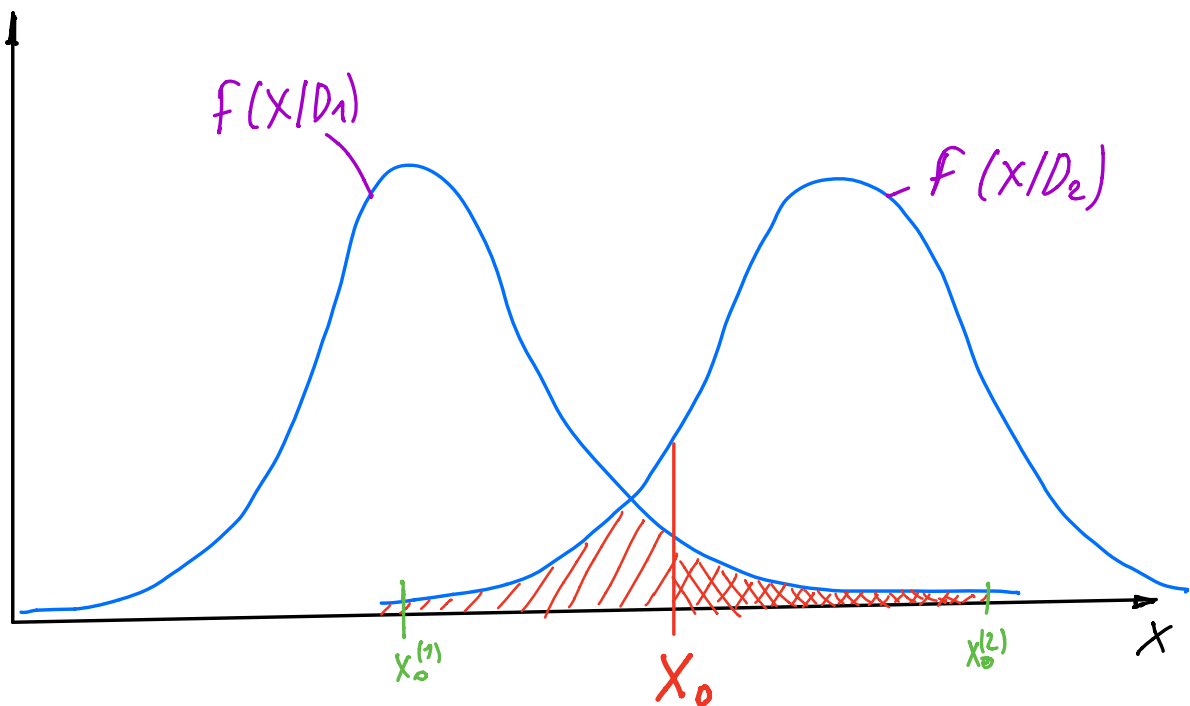
Статистические методы диагностирования основаны на функции распределения плотности вероятностей диагнозов  $D_i$  в зависимости от наблюдаемого параметра  $X$ .

$f(x/D_i)$  – функция распределения плотности вероятностей диагностического параметра  $X$  для диагноза  $D_i$ .

---

Т.к. рассматривается 2-ва диагноза, то  $i = 1, 2$ .

---



Как можно наблюдать, области  $D_1$  и  $D_2$  пересекаются и потому при использовании решающего правила (1), для постановки диагноза, существует вероятность принятия ошибочного решения. Основная задача статистических методов диагностирования сводится к выбору оптимального порогового значения  $X_0$ , например, такого которое давало бы наименьшее количество ошибочных решений.

### Основные обозначения термины.

$D_1$  — исправное состояние объекта.

$D_2$  — неисправное состояние объекта.

Для дифференциальной диагностики характерны два вида ошибок «ложная тревога» и «пропуск цели».

Определение. «**Ложной тревогой**» называется случай принятия решения о наличии дефекта в объекте, когда в действительности объект находится в исправном состоянии (вместо  $D_1$  принимается диагноз  $D_2$ ).

Определение. «**Пропуск цели**» называется случай принятия решения об исправном состоянии объекта, когда в действительности объект содержит (вместо  $D_2$  принимается диагноз  $D_1$ ).

Если обозначить через  $H_{ij}$  возможные решения по правилу (1),

где  $i = 1, 2$  - индекс принятого диагноза;

$j = 1, 2$  - индекс действительного состояния объекта.

Тогда будем иметь следующие решения:

$H_{21}$  — ложная тревога.

$H_{12}$  — пропуск цели.

---

$H_{11}, H_{22}$  — правильные решения.

---

Вероятность „ложной тревоги“ будет определяться:

$$P(H_{21}) = P_1 \cdot P(x > x_0 / D_1) \quad (2)$$

где  $P_1 = P(D_1)$  — априорная (заранее известная) вероятность диагноза  $D_1$ .

$P(x > x_0 / D_1)$  — вероятность диагноза  $D_1$ ,  
при значении  $x > x_0$ .

$$P(x > x_0 / D_1) = \int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx \quad (3)$$

Вероятность "пропуска цели":

$$P(H_{12}) = P_2 \cdot P(X < X_0 / D_2) \quad (4)$$

где  $P_2 = P(D_2)$  — априорная вероятность диагноза  $D_2$ .

$P(X < X_0 / D_2)$  — вероятность диагноза  $D_2$ ,  
при значении  $X < X_0$ .

$$P(X < X_0 / D_2) = \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx \quad (5)$$

Ошибки «ложной тревоги» и «пропуска цели» как правило имеют различные последствия или цены.

Цена ошибки имеет условное значение, но она позволяет учесть предполагаемые последствия каждой из ошибок.

Тогда обозначим:

$C_{21}$  — цена «ложной тревоги».

$C_{12}$  — цена «пропуска цели»

$$C_{12} \gg C_{21}$$

Вероятность ошибочного решения представляет собой сумму вероятностей «ложной тревоги» и «пропуска цели»

$$P_{\text{ош.}} = P(H_{21}) + P(H_{12}) \quad (6)$$

Если каждому виду ошибок приписать свои цены, то учитывая выражения (2)...(5), получим формулу так называемого «среднего риска»:

$$R(x_0) = C_{21} \cdot P_1 \cdot \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx + C_{12} \cdot P_2 \cdot \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx \quad (7)$$

Как определить значение  $X_0$ , при котором вероятность ошибки диагностирования будет минимальной???



численное решение  $R(X_0)$   
на отрезке  $X_0 \in [X_0^{(1)}; X_0^{(2)}]$

